Fonction puissance

Mathématiques

A. OLLIVIER

Soit α un nombre réel strictement positif.

Soit α un nombre réel strictement positif.

Notation

Pour tout réel x strictement positif, on note x^α le nombre $e^{\alpha \ln x}$

Soit α un nombre réel strictement positif.

Notation

Pour tout réel x strictement positif, on note x^{α} le nombre $e^{\alpha \ln x}$

Définition

On appelle fonction puissance la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^{\alpha} = \ldots\ldots\ldots$

Soit α un nombre réel strictement positif.

Notation

Pour tout réel x strictement positif, on note x^{α} le nombre $e^{\alpha \ln x}$

Définition

On appelle fonction puissance la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^{\alpha} = e^{\alpha \ln(x)}$

Soit α un nombre réel strictement positif.

Notation

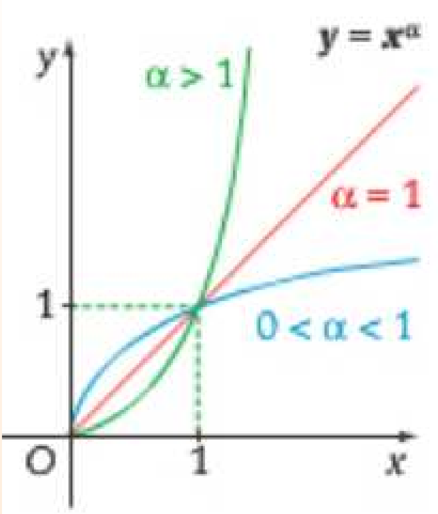
Pour tout réel x strictement positif, on note x^{α} le nombre $e^{\alpha \ln x}$

Définition

On appelle fonction puissance la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^{\alpha} = e^{\alpha \ln(x)}$

Exemple

Les fonctions définies sur $[0;+\infty[$ par $x \mapsto x^3$; $x \mapsto x^{\frac{1}{2}}$ et $x \mapsto x^{6,9}$ sont des fonctions puissances.


y = x^α
y
α > 1
α = 1
1
0 < α < 1
O
1
x

Propriété

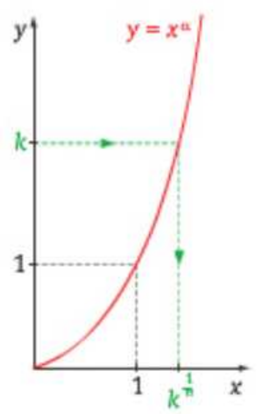
Dans $[0;+\infty[$, l'équation $x^{\alpha} = k$ $(k > 0)$ admet une seule solution : le nombre . . . . . .

Propriété

Dans $[0;+\infty[$, l'équation $x^{\alpha} = k$ $(k > 0)$ admet une seule solution : le nombre $k^{\frac{1}{\alpha}}$

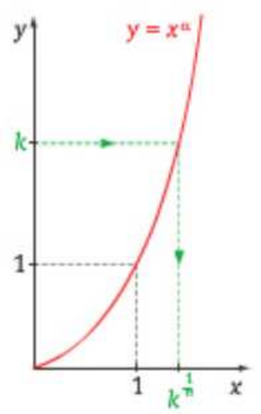
Propriété

Dans $[0;+\infty[$, l'équation $x^{\alpha} = k$ $(k > 0)$ admet une seule solution : le nombre $k^{\frac{1}{\alpha}}$



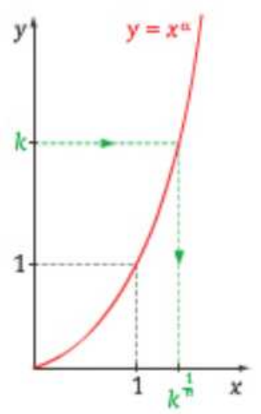
Propriété

Dans $[0;+\infty[$, l'équation $x^{\alpha} = k$ $(k > 0)$ admet une seule solution : le nombre $k^{\frac{1}{\alpha}}$



Exemple

L' équation $x^{\frac{4}{3}} = 2$ a pour solution $x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$



Propriété

Dans $[0;+\infty[$, l'équation $x^{\alpha} = k$ $(k > 0)$ admet une seule solution : le nombre $k^{\frac{1}{\alpha}}$

Exemple

L' équation $x^{\frac{4}{3}} = 2$ a pour solution $x = 2^{\frac{3}{4}}; 2^{\frac{3}{4}} \simeq 1,682$

Propriété

Pour n entier strictement positif :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = \ldots\ldots \text{ et } \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = \ldots\ldots$$

Propriété

Pour n entier strictement positif :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \text{ et } \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = \ldots\ldots$$

Propriété

Pour n entier strictement positif :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x^n} = 0$

Propriété

Pour n entier strictement positif :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \text{ et } \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$$

Astuces

Les fonctions $x \mapsto e^x$, $x \mapsto \ln(x)$, $x \mapsto x^n$ (avec $n > 0$) sont croissantes mais on peut retenir qu'à l'infini :

- l'exponentielle l'emporte sur toute puissance.
- Toute puissance l'emporte sur le logarithme népérien.