

3) Fonction puissance

Soit α un nombre réel strictement positif.

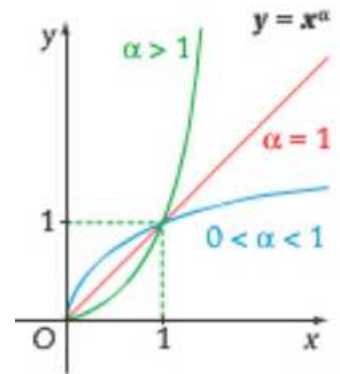


Notation

Pour tout réel x strictement positif, on note x^α le nombre $e^{\alpha \ln x}$

Définition

On appelle fonction puissance la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^\alpha = \dots\dots\dots$



Exemple



Les fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par $x \mapsto x^3$; $x \mapsto x^{\frac{1}{2}}$ et $x \mapsto x^{6,9}$ sont des fonctions puissances.

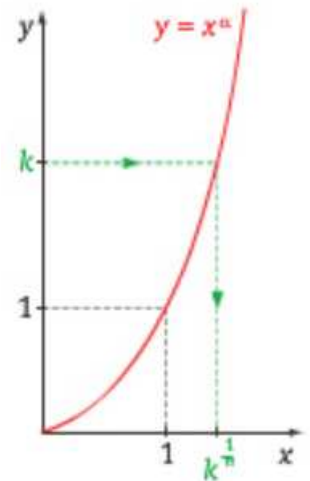
Propriété

Dans $[0; +\infty[$, l'équation $x^\alpha = k$ ($k > 0$) admet une seule solution : le nombre $\dots\dots\dots$

Exemple



L'équation $x^{\frac{1}{3}} = 2$ a pour solution $x = \dots\dots\dots$



4) Comparaison des comportements en $+\infty$ des fonctions exponentielle et logarithme népérien avec les fonctions puissances

Propriété

Pour n entier strictement positif, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = \dots\dots\dots$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = \dots\dots\dots$



Astuces

Les fonctions $x \mapsto e^x$, $x \mapsto \ln(x)$, $x \mapsto x^n$ (avec $n > 0$) sont croissantes mais on peut retenir qu'à l'infini :

- l'exponentielle l'emporte sur toute puissance.
- Toute puissance l'emporte sur le logarithme népérien.