2) Fonction exponentielle de base a

Soit un nombre réel $a > 0$.
Pour tout entier relatif n, on a vu que $\ln(a^n) = n\ln(a)$, donc $a^n = \exp(\ln(a^n)) = \ldots$.
Or, l'expression $\exp(n\ln(a))$ existe pour tout nombre réel n, pas seulement entier relatif.
On peut ainsi étendre la définition, et la notation, des puissances :

Définition

Pour tout réel $a > 0$ et tout réel b, $a^b = \ldots\ldots$.

Exemple

• $3^{2,6} = e^{2,6\ln(3)} \simeq$ • $2^{\frac{1}{3}} = e^{\frac{1}{2}\ln(2)} \simeq$ • $\sqrt{2}^{\pi} = e^{\pi\ln\left(\sqrt{2}\right)} = e^{\frac{\pi}{2}\ln 2} \simeq$

Définition

Pour $a > 0$, on appelle **fonction exponentielle de base** a, la fonction $x \mapsto \ldots\ldots\ldots\ldots$.

Remarque

• *La fonction exponentielle, réciproque du logarithme népérien, est la fonction exponentielle de base* e *:* $e^x = e^{x\ln(e)}$.

• *La fonction exponentielle de base 10 est la fonction réciproque du logarithme décimal, ou logarithme de base 10 :* $10^x = e^{x\ln(10)}$.

Propriété

Pour tout réel a :

$$log(x) = a \Leftrightarrow x = \ldots\ldots$$