

Correction de l'exercice type-bac

1. a. La fonction F est une somme de fonctions dérivable sur $[0 ; 25]$ et sur cet intervalle :

$$F'(x) = -200 \times (-0,15) e^{-0,15x} + 18 = 30 e^{-0,15x} + 18 = f(x).$$

Conclusion F est une primitive de f sur $[0 ; 25]$.

- b. D'après le résultat précédent :

$$\int_0^{25} f(x) dx = [F(x)]_0^{25} = F(25) - F(0) = -200 e^{-0,15 \times 25} + 18 \times 25 - (-200 e^{-0,15 \times 0} + 18 \times 0) = -200 e^{-3,75} + 450 + 200 = 650 - 200 e^{-0,375} \approx 645,296 \text{ m}^2.$$

- c. On sait, d'après le cours que la formule pour calculer la valeur moyenne de f sur $[0 ; 25]$ est : $\mu = \frac{1}{25 - 0} \int_0^{25} f(x) dx$.

Donc $\mu \approx \frac{1}{25} \times 645,296 \approx 25,812$ d'après la question précédente.

Ainsi, la valeur moyenne de f sur $[0 ; 25]$ est d'environ : 25,812.

2. a. On prend une primitive de chaque terme de $g(x)$ sur $[0 ; 25]$, soit :

$$G(x) = -0,03 \frac{x^3}{3} + 0,15 \frac{x^2}{2} + 15x = -0,01x^3 + 0,075x^2 + 15x$$

- b. D'après le résultat précédent :

$$J = \int_0^{25} g(x) dx = [G(x)]_0^{25} = G(25) - G(0) = -0,01 \times 25^3 + 0,075 \times 25^2 + 15 \times 25 - (-0,01 \times 0^3 + 0,075 \times 0^2 + 15 \times 0) = -156,25 + 46,875 + 375 = 265,625.$$

3. L'aire de la zone 3 est égale à :

$$I - J \approx 645,296 - 265,625 = 379,671 \text{ soit } 379,67 \text{ m}^2 \text{ au centième près.}$$

4. L'aire du rectangle ABCD est égale à $2 \times 35 = 70 \text{ m}^2$.

$$\text{L'aire du trapèze PQRS est égale à } \frac{6 + 18,7}{2} \times 7,2 = 24,7 \times 3,6 = 88,92 \text{ m}^2.$$

L'aire totale des panneaux solaires est donc égale à :

$$379,67 + 70 + 88,92 = 538,59 \text{ m}^2 \text{ au dm}^2 \text{ près.}$$