

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

1. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

On note z_A l'affixe d'un point A appartenant au cercle de centre O et de rayon 4. La partie réelle de z_A est positive et sa partie imaginaire est égale à 2.

Le nombre complexe z_A a pour forme exponentielle :

- a. $4e^{-i\frac{\pi}{6}}$ b. $-4e^{i\frac{\pi}{6}}$ c. $4e^{i\frac{\pi}{6}}$ d. $-4e^{-i\frac{\pi}{6}}$

2. On considère le nombre complexe $z = -2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

Soit \bar{z} le nombre complexe conjugué de z . Une écriture exponentielle de \bar{z} est :

- a. $2e^{i\frac{\pi}{4}}$ b. $2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ c. $2e^{-i\frac{5\pi}{4}}$ d. $2e^{i\frac{5\pi}{4}}$

Exercice 2

Les résistances et les condensateurs sont des composants électroniques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres.

Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence f , exprimée en Hertz (Hz).

Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide de deux nombres complexes z_R .

Dans tout l'exercice, on suppose que $z_R = 10$ et $z_C = -\frac{1000\sqrt{3}}{f}i$, où i désigne le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : Effet du filtre sur un son grave

On choisit un son grave de fréquence $f = 100$.

1. Montrer que $z_C = -10\sqrt{3}i$.
2. a. Déterminer la forme exponentielle de z_C .
b. On considère le nombre complexe $Z = z_R + z_C$. On a donc $Z = 10 - 10\sqrt{3}i$.
Déterminer la forme exponentielle de Z .
c. On considère le nombre complexe z_G défini par : $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$.

Montrer que $z_G = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

- d. Le module du nombre complexe z_G est appelé gain du filtre.
Donner la valeur exacte du gain du filtre puis une valeur approchée au centième.

Partie B : Effet du filtre sur un son aigu

On choisit un son aigu de fréquence $f = 1000\sqrt{3}$.

1. Montrer que le nombre complexe z_G défini par $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$ est égal à $\frac{-i}{10-i}$.
2. Déterminer la forme algébrique de z_G .
3. Calculer la valeur exacte du gain du filtre $|z_G|$ et en donner une valeur approchée au centième.