

Exercice 1

5 points

Température extérieure T

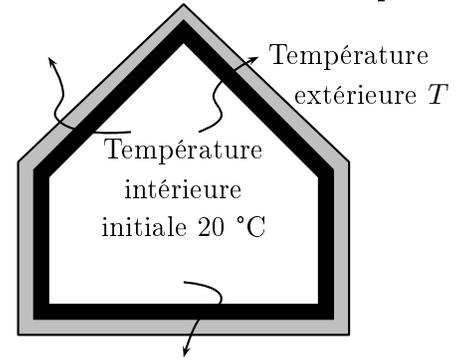
En plein hiver, en Europe, une maison est chauffée à 20 °C.

La température extérieure est notée T .

Dans tout l'exercice, on suppose que $T < 20$.

Température intérieure initiale 20 °C

Lorsque le chauffage est coupé, la température intérieure diminue par perte de chaleur.



On modélise cette situation par une suite (u_n) dont le terme général u_n désigne la température intérieure de la maison n heures après la coupure du chauffage.

Pour une maison en maçonnerie traditionnelle et une température extérieure T constante, on admet que, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,99u_n + \frac{T}{100} \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On suppose que la température extérieure T est égale à 0 °C. On a donc $T = 0$.

1. Calculer les termes u_1 et u_2 .
2. Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
4. Déterminer la limite de la suite (u_n) . Justifier.
5.
 - a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n < 5$.
 - b. En déduire le nombre de jours à partir duquel la température intérieure est descendue en dessous de 5 °C.

Partie B

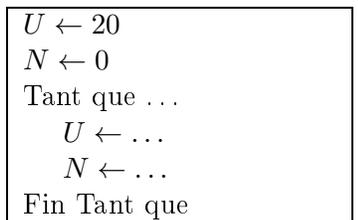
On suppose que la température extérieure T est égale à -15 °C. On a donc $T = -15$.

1. Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 0,99u_n - 0,15 \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

2.
 - a. Calculer les termes u_1 et u_2 .
 - b. Dans ce cas, la suite (u_n) est-elle géométrique ? Justifier la réponse.
- 3.

On souhaite déterminer, à l'aide d'un algorithme, le nombre d'heures à partir duquel la température intérieure devient strictement inférieure à 5 °C. On utilise pour cela l'algorithme incomplet ci-contre dans lequel U désigne un nombre réel et N un nombre entier naturel.



- a. Recopier et compléter l'algorithme.
- b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'heures recherché.