

Sujet d'entraînement : Probabilité

EXERCICE 4

4 points

Un sismologue déclare en janvier 2014 : « Le risque d'un séisme majeur le long de la faille de San Andreas, en Californie, dans les vingt prochaines années est supérieur à 70 % ».

On s'intéresse au temps, exprimé en années, écoulé entre deux séismes majeurs le long de cette faille en Californie. On admet que ce temps est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ .

Document 1

La faille de San Andreas, en Californie : séismes majeurs de magnitude supérieure ou égale à 5.

Ville	Année	Magnitude
Comté d'Orange	1769	6
San Diego	1800	6,5
San Francisco	1808	6
Fort Tejon	1857	8,3
Monts Santa Cruz	1865	6,5
Hayward	1868	6,9
San Francisco	1906	8,2
Santa Barbara	1925	6,3
Santa Barbara	1927	7,3
Long Beach	1933	6,3
Comté de Kern	1952	7,7
San Francisco	1957	5,3
San Fernando	1971	6,6
LomaPrieta	1989	7,1
Parkfield	2004	6,0
Los Angeles	2008	5,5
Mexicali	2010	7,2
Napa	2014	6,0

Document 2

Rappels sur la loi exponentielle

- λ est un nombre réel strictement positif.

Une variable aléatoire suit la loi exponentielle de paramètre λ si sa densité de probabilité est définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.

- L'espérance d'une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre λ est $E(X) = \frac{1}{\lambda}$.

1. Pour illustrer la situation un élève utilise un tableau.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Année	1769	1800	1808	1857	1865	1868	1906	1925	1927	1933	1952	1957	1971	1989	2004	2008	2010	2014	Total
2			31	8	49	8	3	38	19	2	6	19	5	14	18	15	4	2	4	245

a. Proposer un titre pour la cellule A2 grisée.

b. Quelle formule a saisi l'élève dans la cellule C2 afin de compléter ce tableau jusqu'à la colonne S par « recopie automatique vers la droite » ?

2. a. Calculer en années la moyenne m , arrondie à 10^{-2} près, du temps écoulé entre deux séismes majeurs le long de la faille de San Andreas en Californie.

-
- b.** Justifier qu'une approximation du paramètre λ de la loi exponentielle suivie par la variable aléatoire X est 0,069 4.
- 3. a.** Calculer $P(X \leq 20)$ à 10^{-2} près.
- b.** L'affirmation du sismologue paraît-elle cohérente avec cette modélisation par une loi exponentielle ?
- 4.** Le dernier séisme majeur a eu lieu en 2014 à Napa. Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas d'autres séismes majeurs le long de la faille de San Andreas, en Californie, avant 2050. On arrondira à 10^{-2} près.
- 5. a.** Résoudre l'équation $1 - e^{-0,069 4t} = 0,95$.
- b.** Interpréter ce résultat.