

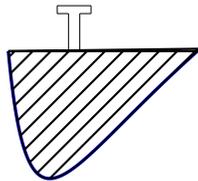
Sujet d'entraînement : Intégrale

EXERCICE 4

6 points

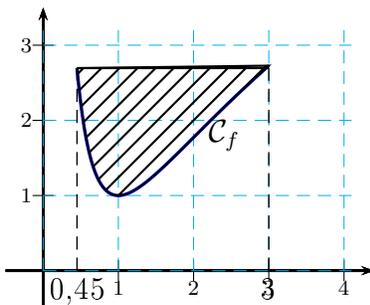
Une entreprise fabriquant des planches de surf conçoit un nouveau modèle d'aileron. Cet aileron est composé de deux parties :

- la partie supérieure ou « boîtier » permettant de fixer l'aileron à la planche,
- la partie inférieure destinée à être immergée dans l'eau.



Pour estimer la quantité de matière nécessaire à la fabrication de la partie inférieure de l'aileron, l'entreprise souhaite connaître le mieux possible l'aire A du domaine hachuré.

Pour modéliser le profil latéral de la partie inférieure on se place dans un repère orthonormé avec une échelle de 1 carreau pour 10 cm et on se propose d'utiliser, pour des abscisses comprises entre 0,45 et 3, la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{a}{x} + b + 4 \ln(x)$ où a et b sont des constantes réelles qui restent à déterminer.



1. Évaluer l'aire A en nombre entier de carreaux en expliquant votre démarche.
2. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$ et de $f'(1)$.
3. Vérifier que le choix de $a = 4$ et $b = -3$ répond au problème posé.
4. Soit la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par $F(x) = (4x + 4) \ln(x) - 7x$.
Montrer que F est une primitive de f .
5. Déterminer au cm^2 près une valeur approchée de l'aire A .