Exercice 4 **4 points**

1. a. Titre de la cellule A2 : « Années entre deux séismes majeurs ».

   b. Formule dans C2 : $\boxed{= \text{C1 - B1}}$

2. a. On a $m = \dfrac{31+8+49+\cdots+4}{17} = \dfrac{245}{17} \approx 14,41$.

   b. On a $E(X) = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{245}{17}$, donc $\lambda = \dfrac{17}{245} \approx 0{,}006\,938$ soit $0{,}069\,4$ à 10^{-4} près.

3. a. $P(X \leqslant 20) = \displaystyle\int_0^{20} 0{,}069\,4\mathrm{e}^{-0{,}069\,4t}\,\mathrm{d}t = \left[-\mathrm{e}^{-0{,}069\,4t}\right]_0^{20} = 1-\mathrm{e}^{-1{,}388} \approx 0,7504$ soit 0,75 au centième près.

   b. Comme $0,75 > 0,7$ l'affirmation du sismologue paraît cohérente avec la modélisation par une loi exponentielle.

4. Comme 2050 - 2014 = 36, il faut calculer $P(X > 36)$:

   $P(X > 36) = 1-P(X \leqslant 36) = 1-\displaystyle\int_0^{36} 0{,}069\,4\mathrm{e}^{-0{,}069\,4t}\mathrm{d}t = 1-\left[-\mathrm{e}^{-0{,}069\,4t}\right]_0^{36} = 1-1+\mathrm{e}^{-2{,}498\,4t} \approx 0{,}082\,2$ soit 0,08 au centième près (donc 92 % qu'il y ait un séisme majeur d'ici 2050).

5. a. $1-\mathrm{e}^{-0{,}069\,4t} = 0,95$ si $1-0,95 = \mathrm{e}^{-0{,}069\,4t}$ ou $0,05 = \mathrm{e}^{-0{,}069\,4t}$ et en prenant le logarithme népérien : $\ln 0,05 = --0{,}069\,4t$ et enfin $t = \dfrac{\ln 0,05}{-0{,}069\,4} \approx 43,166$ soit 43,17 au centième près.

   b. On a $P(X \leqslant t) = \displaystyle\int_0^{t} 0{,}069\,4\mathrm{e}^{-0{,}069\,4x}\,\mathrm{d}x = 1-\mathrm{e}^{-0{,}069\,4t}$, on a donc :

   $1-\mathrm{e}^{-0{,}069\,4t} = 0$ si $t = 43,17$, donc $P(X \leqslant 43,17) = 0,95$: la probabilité qu'il y ait un séisme majeur dans les 44 prochaines années est supérieur à 95 %.