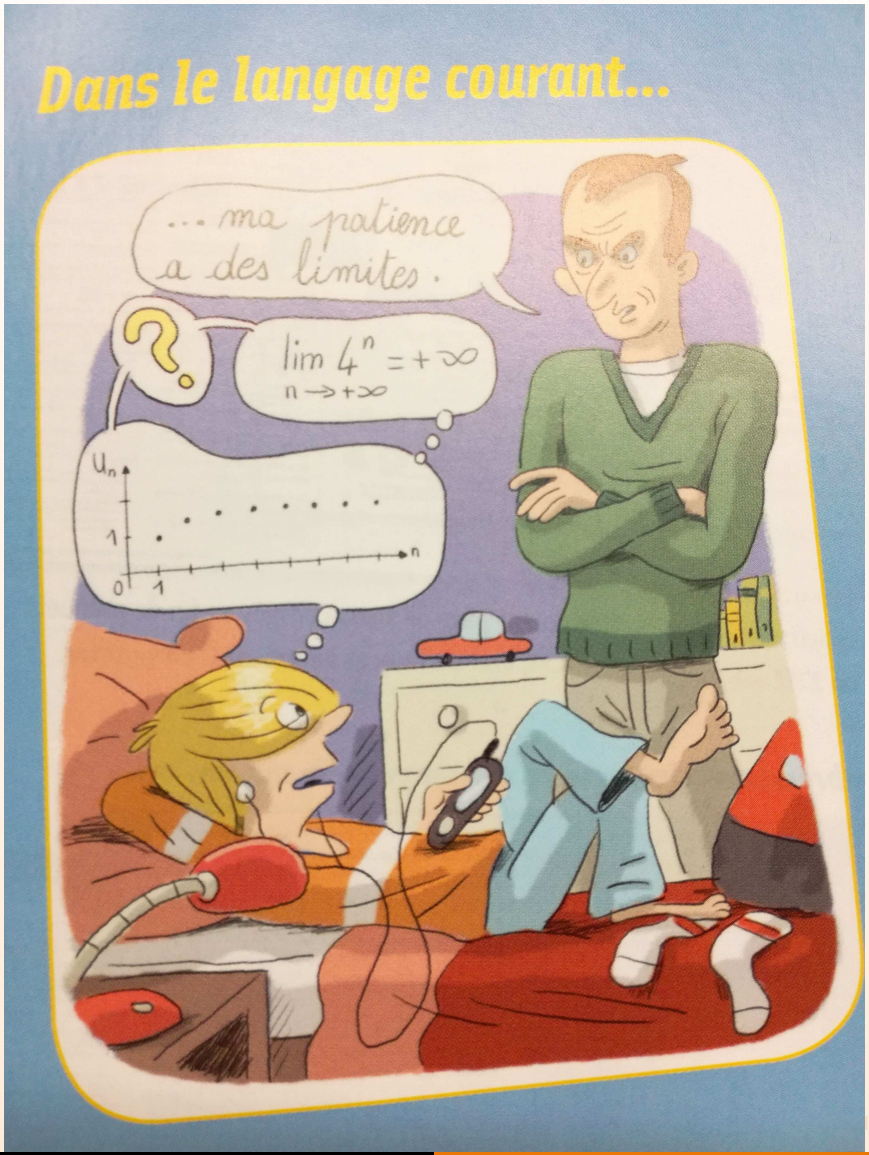
Cours de terminale S
Limites de suites

A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

2019-2020


Dans le langage courant...
... ma patience a des limites.
$\lim_{n \to +\infty} 4^n = +\infty$
u_n
1
0
1
n

Définition

La suite (u_n) admet pour limite le réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient

.....

.....

Définition

La suite (u_n) admet pour limite le réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang.

Définition

La suite (u_n) admet pour limite le réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang.

On écrit alors :

$$\ldots\ldots\ldots$$

Définition

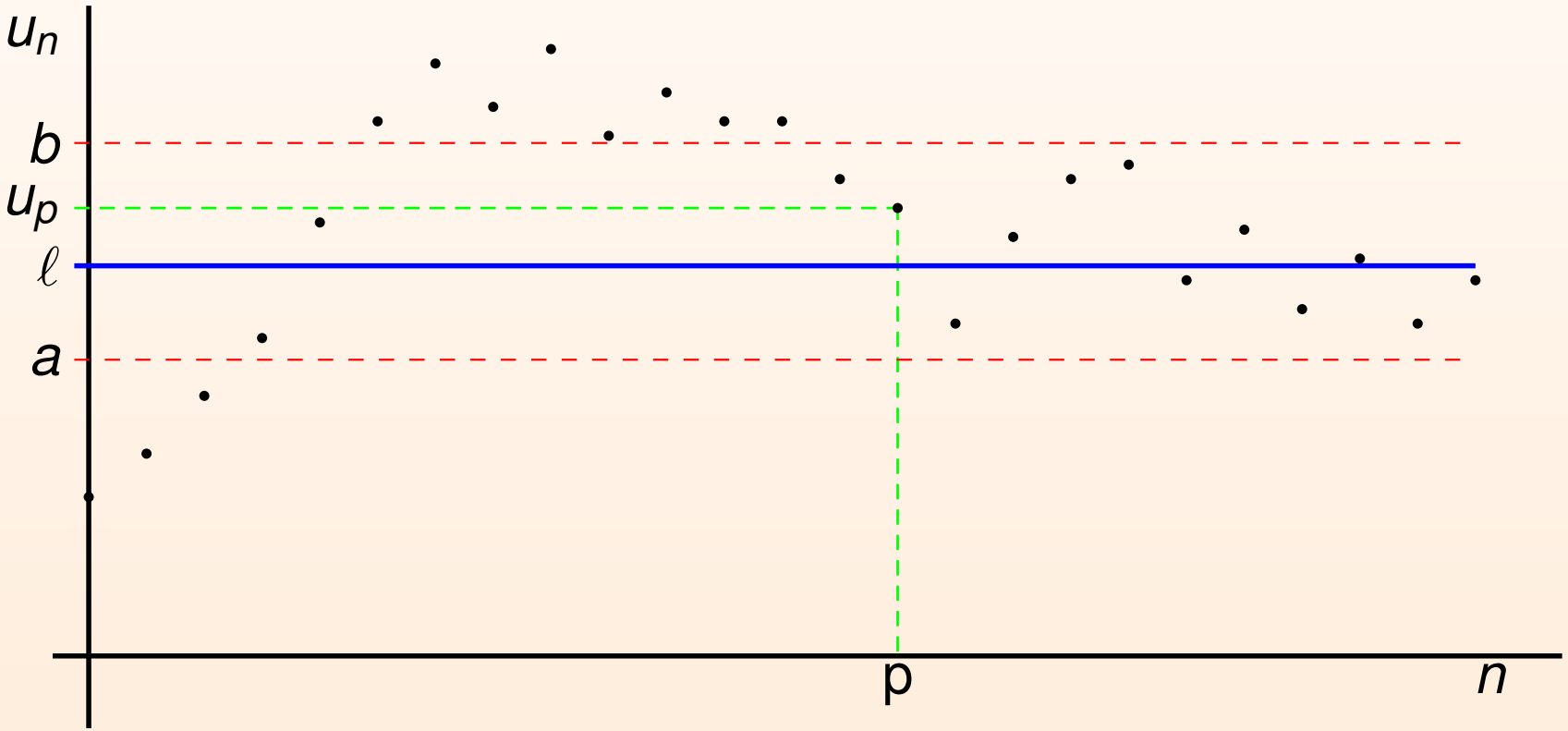
La suite (u_n) admet pour limite le réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang.

On écrit alors :

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \ell$$

.

Interprétation graphique



Définition

Soit $A \in \mathbb{R}$. La suite (u_n) admet pour limite $+\infty$ (resp. $-\infty$) si tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$ (resp. $]-\infty;A[$) contient .....

Définition

Soit $A \in \mathbb{R}$. La suite (u_n) admet pour limite $+\infty$ (resp. $-\infty$) si tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$ (resp. $]-\infty; A[$) contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang.

Définition

Soit $A \in \mathbb{R}$. La suite (u_n) admet pour limite $+\infty$ (resp. $-\infty$) si tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$ (resp. $]-\infty; A[$) contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang.

On écrit alors :

. . . . . .

Définition

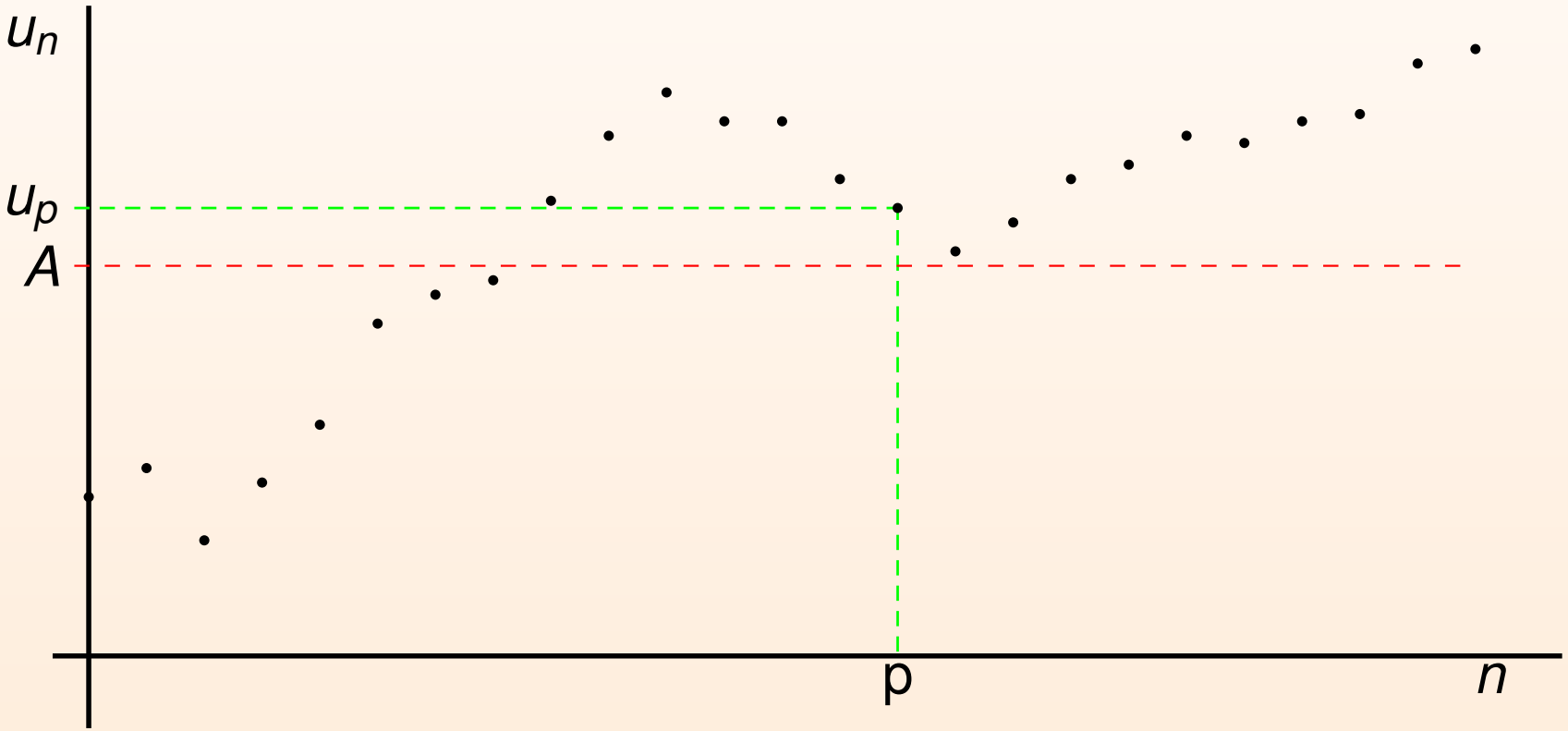
Soit $A \in \mathbb{R}$. La suite (u_n) admet pour limite $+\infty$ (resp. $-\infty$) si tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$ (resp. $]-\infty;A[$) contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang.

On écrit alors :

$$\lim_{n\to\infty} u_n = +\infty \quad \text{(resp. } -\infty\text{)}$$

.

Interprétation graphique



Théorème

$$\lim_{n \to +\infty} n = \dots$$

Théorème

$$\lim_{n \to +\infty} n = +\infty$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = \dots$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = \ldots$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = \dots$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = \dots$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \dots$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

Pour tout entier $k \geq 1$: $\lim_{n\to+\infty} n^k = \ldots$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

Pour tout entier $k \geq 1$: $\lim_{n\to+\infty} n^k = +\infty$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

Pour tout entier $k \geq 1$: $\lim_{n\to+\infty} n^k = +\infty$ $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^k} = \ldots$

Théorème

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$$

Pour tout entier $k \geq 1$: $\lim_{n\to+\infty} n^k = +\infty$ $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^k} = 0$

Preuve de $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$: .....

Preuve de $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$: soit A un réel quelconque.

Preuve de $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$: soit A un réel quelconque.

Si $A \leq 0$ alors $n^2 > A$ pour tout $n \geq 1$; on choisit donc $N = 1$.

Preuve de $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$: soit A un réel quelconque.

Si $A \leq 0$ alors $n^2 > A$ pour tout $n \geq 1$; on choisit donc $N = 1$.

Si $A > 0$, pour tout entier $n > \sqrt{A}$, on a $n^2 > A$, car la fonction carrée est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. Soit N le plus petit entier tel que $N > \sqrt{A}$; alors $\forall n \geq N$ on a $n^2 > A$.

Preuve de $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$: soit A un réel quelconque.

Si $A \leq 0$ alors $n^2 > A$ pour tout $n \geq 1$; on choisit donc $N = 1$.

Si $A > 0$, pour tout entier $n > \sqrt{A}$, on a $n^2 > A$, car la fonction carrée est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. Soit N le plus petit entier tel que $N > \sqrt{A}$; alors $\forall n \geq N$ on a $n^2 > A$.

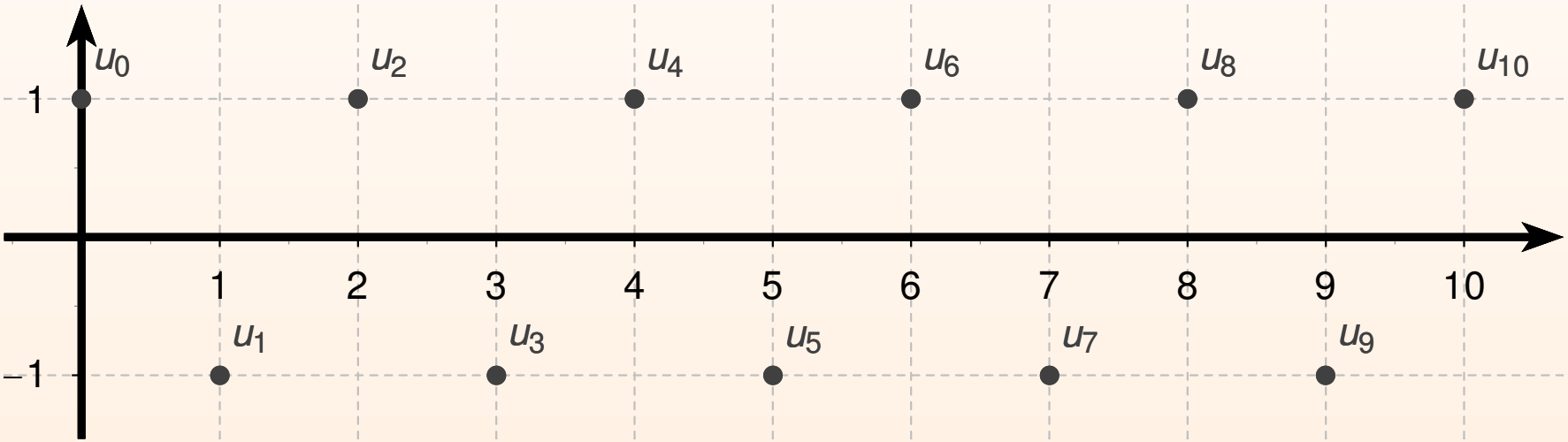
Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$

Remarque

Il existe des suites qui n'ont aucune limite (finie ou infinie), par exemple, la suite (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n$ n'admet pas de limite car elle prend alternativement les valeurs

Remarque

Il existe des suites qui n'ont aucune limite (finie ou infinie), par exemple, la suite (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n$ n'admet pas de limite car elle prend alternativement les valeurs 1 et -1


u_0
u_2
u_4
u_6
u_8
u_{10}
1
−1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
u_1
u_3
u_5
u_7
u_9

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n$						

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n$	$\ell + \ell'$					

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n$	$\ell + \ell'$	$+\infty$				

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$			

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$		

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	

Somme de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n + v_n$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F. I.

F. I. = forme indéterminée ; on ne connait pas à priori la réponse.

Produit de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	$\ell \neq 0$ ou $\pm\infty$	0

Produit de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	$\ell \neq 0$ ou $\pm\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$\pm\infty$	$\pm\infty$

Produit de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	$\ell \neq 0$ ou $\pm\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n$			

Produit de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	$\ell \neq 0$ ou $\pm\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n$	$\ell \times \ell'$		

Produit de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	$\ell \neq 0$ ou $\pm\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n$	$\ell \times \ell'$	$\pm\infty$ avec R. S.	

Produit de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	$\ell \neq 0$ ou $\pm\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	ℓ'	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \times v_n$	$\ell \times \ell'$	$\pm\infty$ avec R. S.	F. I.

R. S. = règle des signes.

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$						

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$					

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$	0				

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$	0	F. I.			

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$	0	F. I.	$\pm\infty$ (R. S.)		

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$	0	F. I.	$\pm\infty$ (R. S.)	$\pm\infty$ (R. S.)	

Quotient de deux suites

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$	0	F. I.	$\pm\infty$ (R. S.)	$\pm\infty$ (R. S.)	F. I.

Etudier la limite de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2}{3n+5}$

Etudier la limite de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2}{3n+5}$

$$\lim_{n \to +\infty} 2 = 2$$

Etudier la limite de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2}{3n+5}$

$$\lim_{n\to+\infty} 2 = 2$$

et

$$\lim_{n\to+\infty} (3n+5) = +\infty$$

Etudier la limite de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2}{3n+5}$

$$\lim_{n\to+\infty} 2 = 2$$

et

$$\lim_{n\to+\infty} (3n+5) = +\infty$$

Donc par quotient :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2}{3n+5} = 0$$

Les cas des formes indéterminées nécessitent une étude particulière chaque fois qu'ils se présentent. Pour les mémoriser, on les note .....

Les cas des formes indéterminées nécessitent une étude particulière chaque fois qu'ils se présentent. Pour les mémoriser, on les note $"\infty - \infty"$, $"0 \times \infty"$, $" \dfrac{0}{0} "$, $" \dfrac{\infty}{\infty} "$

Les cas des formes indéterminées nécessitent une étude particulière chaque fois qu'ils se présentent. Pour les mémoriser, on les note "$\infty - \infty$", "$0 \times \infty$", " $\frac{0}{0}$ ", " $\frac{\infty}{\infty}$ " mais ces écritures ne doivent jamais être utilisées dans une rédaction.

Les cas des formes indéterminées nécessitent une étude particulière chaque fois qu'ils se présentent. Pour les mémoriser, on les note "$\infty - \infty$", "$0 \times \infty$", " $\frac{0}{0}$ ", " $\frac{\infty}{\infty}$ " mais ces écritures ne doivent jamais être utilisées dans une rédaction.

Le principe est toujours le même pour "lever" une indétermination : il faut changer l'écriture de la suite.

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

$$\lim_{n \to +\infty} 3n^2 = +\infty$$

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-n-5) = -\infty,$$

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-n-5) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-n-5) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture : $u_n = n^2(3 - \frac{1}{n} - \frac{5}{n^2})$

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-n-5) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture : $u_n = n^2(3 - \frac{1}{n} - \frac{5}{n^2})$

$$\lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$$

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-n-5) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture : $u_n = n^2(3 - \frac{1}{n} - \frac{5}{n^2})$

$$\lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (3 - \frac{1}{n} - \frac{5}{n^2}) = 3$$

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-n-5) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture : $u_n = n^2(3 - \frac{1}{n} - \frac{5}{n^2})$

$$\lim_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (3 - \frac{1}{n} - \frac{5}{n^2}) = 3$$

Donc par produit $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3n+5) = +\infty$

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

$$\lim_{n\to+\infty}(3n+5) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty}(-2n+7) = -\infty,$$

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3n+5) = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2n+7) = -\infty$,

On est donc en présence d'une forme indéterminée (" $\dfrac{\infty}{\infty}$ ").

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3n+5) = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2n+7) = -\infty$,

On est donc en présence d'une forme indéterminée (" $\dfrac{\infty}{\infty}$ ").

Changement d'écriture : $u_n = \dfrac{n(3+\frac{5}{n})}{n(-2+\frac{7}{n})} = \dfrac{3+\frac{5}{n}}{-2+\frac{7}{n}}, \quad (n \neq 0)$

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3n+5) = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2n+7) = -\infty$,

On est donc en présence d'une forme indéterminée (" $\dfrac{\infty}{\infty}$ ").

Changement d'écriture : $u_n = \dfrac{n(3+\frac{5}{n})}{n(-2+\frac{7}{n})} = \dfrac{3+\frac{5}{n}}{-2+\frac{7}{n}}, \quad (n \neq 0)$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3+\dfrac{5}{n}) = 3$

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3n+5) = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2n+7) = -\infty$,

On est donc en présence d'une forme indéterminée (" $\dfrac{\infty}{\infty}$ ").

Changement d'écriture : $u_n = \dfrac{n(3+\frac{5}{n})}{n(-2+\frac{7}{n})} = \dfrac{3+\frac{5}{n}}{-2+\frac{7}{n}}, \quad (n \neq 0)$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3+\dfrac{5}{n}) = 3$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2+\dfrac{7}{n}) = -2$

Exemple 2 : $u_n = \dfrac{3n+5}{-2n+7}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3n+5) = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2n+7) = -\infty$,

On est donc en présence d'une forme indéterminée (" $\dfrac{\infty}{\infty}$ ").

Changement d'écriture : $u_n = \dfrac{n(3+\frac{5}{n})}{n(-2+\frac{7}{n})} = \dfrac{3+\frac{5}{n}}{-2+\frac{7}{n}}, \quad (n \neq 0)$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(3+\dfrac{5}{n}) = 3$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2+\dfrac{7}{n}) = -2$

Donc par quotient $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\dfrac{3}{2}$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

$$\lim_{n \to +\infty} n = +\infty$$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-\sqrt{n}) = -\infty,$$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-\sqrt{n}) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-\sqrt{n}) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture :

$$u_n = n - \sqrt{n} = n(1 - \frac{\sqrt{n}}{n}) = n(1 - \frac{1}{\sqrt{n}})$$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-\sqrt{n}) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture :

$$u_n = n - \sqrt{n} = n(1 - \frac{\sqrt{n}}{n}) = n(1 - \frac{1}{\sqrt{n}})$$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty$$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-\sqrt{n}) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture :

$$u_n = n - \sqrt{n} = n(1 - \frac{\sqrt{n}}{n}) = n(1 - \frac{1}{\sqrt{n}})$$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (1 - \frac{1}{\sqrt{n}}) = 1$$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (-\sqrt{n}) = -\infty,$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée ("$\infty - \infty$").

Changement d'écriture :

$$u_n = n - \sqrt{n} = n(1 - \frac{\sqrt{n}}{n}) = n(1 - \frac{1}{\sqrt{n}})$$

$$\lim_{n\to+\infty} n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n\to+\infty} (1 - \frac{1}{\sqrt{n}}) = 1$$

Donc par produit $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Énigme ★

L'épaisseur d'une feuille de papier est de 0,01 cm. Julien affirme : « Si l'on pouvait la plier en deux indéfiniment, l'épaisseur de la feuille pliée dépasserait la distance de la Terre à la Lune. »

➤ ***Qu'en pensez-vous ?***