

1 Limite finie ou infinie d'une suite

1.1 Limite finie d'une suite

Définition

La suite (u_n) admet pour limite le réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient

On écrit alors :

.....

Interprétation graphique :

1.2 Limite infinie d'une suite

Définition

Soit $A \in \mathbb{R}$. La suite (u_n) admet pour limite $+\infty$ (resp. $-\infty$) si tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$ (resp. $] -\infty; A[$) contient

On écrit alors :

.....

Interprétation graphique :

1.3 Limites des suites usuelles

Théorème

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n = \dots$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \dots$$

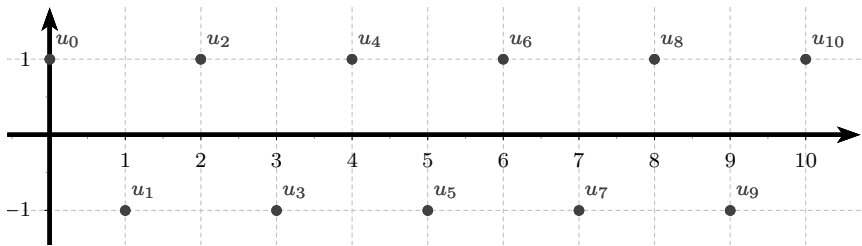
Pour tout entier $k \geq 1$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = \dots$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = \dots$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = \dots$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = \dots$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \dots$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = \dots$$

Preuve de $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$:

Remarque
Il existe des suites qui n'ont aucune limite (finie ou infinie), par exemple, la suite (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n$ n'admet pas de limite car elle prend alternativement les valeurs et



2 Opérations sur les limites

2.1 Somme de deux suites

Somme de deux suites

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n$						

2.2 Produit de deux suites

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	ℓ	$\ell \neq 0$ ou $\pm\infty$	0
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	ℓ'	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \times v_n$			

2.3 Quotient de deux suites

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	ℓ	ℓ	0	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	ℓ'	$\pm\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n}$						

2.4 Exemple

Etudier la limite de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \frac{2}{3n+5}$

2.5 Formes indéterminées

Les cas des formes indéterminées nécessitent une étude particulière chaque fois qu'ils se présentent. Pour les mémoriser, on les note

mais ces écritures ne doivent jamais être utilisées dans une rédaction.

Le principe est toujours le même pour "lever" une indétermination : il faut changer l'écriture de la suite.

Exemple 1 : $u_n = 3n^2 - n - 5$

Exemple 2 : $u_n = \frac{3n+5}{-2n+7}$

Exemple 3 : $u_n = n - \sqrt{n}$