Cours de terminale S
Limites de fonctions

A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

2019-2020

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite le nombre réel ℓ en $+\infty$ signifie que tout intervalle ouvert contenant ℓ contient ....

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite le nombre réel ℓ en $+\infty$ signifie que tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite le nombre réel ℓ en $+\infty$ signifie que tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand.

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite le nombre réel ℓ en $+\infty$ signifie que tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand.

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Remarque :
On définit de façon analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = \ell$.

Graphiquement :

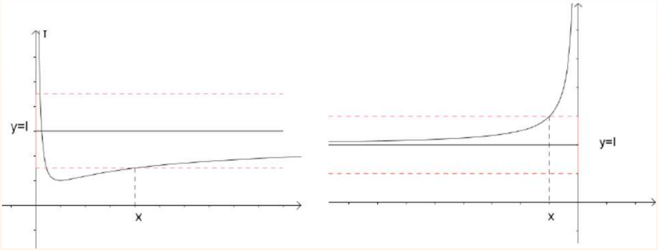


FIGURE – *A gauche limite en* $+\infty$ *et à droite en* $-\infty$

Graphiquement :

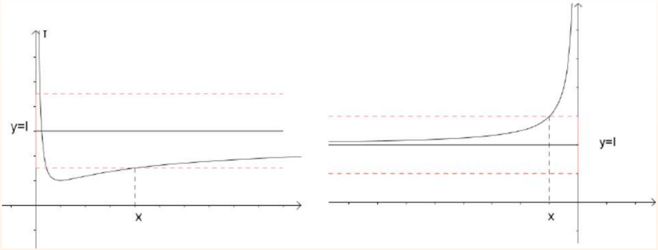


FIGURE – *A gauche limite en $+\infty$ et à droite en $-\infty$*

Lorsque *f* a pour limite ℓ en $+\infty$ (resp. en $-\infty$), on dit que, dans un repère, la droite *d* d'équation $y = \ell$ est . . . .
. . . .

Graphiquement :

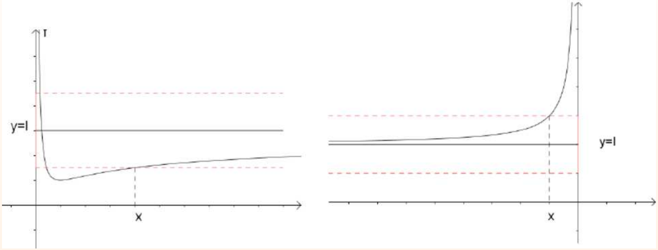


FIGURE – *A gauche limite en $+\infty$ et à droite en $-\infty$*

Lorsque f a pour limite ℓ en $+\infty$ (resp. en $-\infty$), on dit que, dans un repère, la droite d d'équation $y = \ell$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ (resp. en $-\infty$).

Exemples :

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} =$$

Exemples :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

Exemples :

$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} =$

Exemples :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Exemples :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^2} =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ signifie que tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$, avec A réel, contient ....

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand.

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand.

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand.

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Remarque :
On définit de manière analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Exemples :

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^3 =$$

Exemples :

$$\lim_{x\to+\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Exemples :

$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$ $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ $\lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} x =$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} x = -\infty$$

Exemples :

$$\lim_{x\to+\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} x = -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} x^2 =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} x = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$$

Exemples :

$$\lim_{x\to+\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} x = -\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} x^3 =$$

Exemples :

$$\lim_{x \to +\infty} x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} x = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a signifie que tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$, avec A réel, contient ....

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est assez proche de a.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a signifie que tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est assez proche de a.

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow a} f(x) = +\infty$.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est assez proche de a.

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow a} f(x) = +\infty$.

Remarque :
On définit de façon analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow a} f(x) = -\infty$.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a à droite (resp. à gauche) signifie que tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$, avec A réel, contient ....
....
....

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a à droite (resp. à gauche) signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est assez proche de a, x restant strictement supérieur à a (resp. strictement inférieur à a).

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a à droite (resp. à gauche) signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est assez proche de a, x restant strictement supérieur à a (resp. strictement inférieur à a).

On note $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ x > a}} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \longrightarrow a^+} f(x) = +\infty$.

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a à droite (resp. à gauche) signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est assez proche de a, x restant strictement supérieur à a (resp. strictement inférieur à a).

On note $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ x>a}} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \longrightarrow a^+} f(x) = +\infty$.

(resp. $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ x<a}} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \longrightarrow a^-} f(x) = +\infty$).

Définition

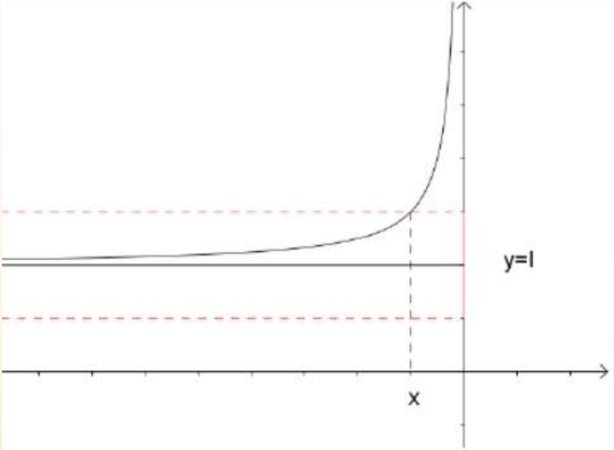
Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a à droite (resp. à gauche) signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est assez proche de a, x restant strictement supérieur à a (resp. strictement inférieur à a).

On note $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ x>a}} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \longrightarrow a^+} f(x) = +\infty$.

(resp. $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ x<a}} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \longrightarrow a^-} f(x) = +\infty$).

Remarque : on définit de façon analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow a^+} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \longrightarrow a^-} f(x) = -\infty$.

Graphiquement :



Définition

Lorsque f a pour limite $+\infty$ (ou $-\infty$) en a, (ou à droite en a ou à gauche en a), on dit que la droite d'équation $x = a$ est . . . .

Définition

Lorsque f a pour limite $+\infty$ (ou $-\infty$) en a, (ou à droite en a ou à gauche en a), on dit que la droite d'équation $x = a$ est asymptote verticale à $\mathcal{C}_f$

Définition

Lorsque f a pour limite $+\infty$ (ou $-\infty$) en a, (ou à droite en a ou à gauche en a), on dit que la droite d'équation $x = a$ est asymptote verticale à $\mathcal{C}_f$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} =$$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty$$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} =$$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} = -\infty$$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} =$$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{\sqrt{x}} =$$

Exemples :

$$\lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x<0}} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty \qquad \lim_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$$