Chapitre 7 : Limites de fonction

1 Limite d'une fonction à l'infini

1.1 Limite finie à l'infini

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite le nombre réel ℓ en $+\infty$ signifie que tout intervalle ouvert contenant ℓ contient . . . .

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Remarque :

On définit de façon analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = \ell$.

Graphiquement :

Lorsque f a pour limite ℓ en $+\infty$ (resp. en $-\infty$), on dit que, dans un repère, la droite d d'équation $y = \ell$ est . . . .

Exemple

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x} = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x^2} = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dots$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x} = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x^2} = \dots$

1.2 Limite infinie à l'infini

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ signifie que tout intervalle de la forme $]A; +\infty[$, avec A réel, contient . . . .

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Remarque :

On définit de manière analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Exemple

$\lim\limits_{x \to +\infty} x = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = \dots$

$\lim\limits_{x \to -\infty} x = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = \dots$ $\qquad \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = \dots$

2 Limite infinie d'une fonction en un réel a

2.1 Limite infinie

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a signifie que tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$, avec A réel, contient ....

On note $\lim\limits_{x \longrightarrow a} f(x) = +\infty$.

Remarque :
On définit de façon analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow a} f(x) = -\infty$.

2.2 Limite à droite ou à gauche

Définition

Dire qu'une fonction f a pour limite $+\infty$ en a à droite (resp. à gauche) signifie que tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$, avec A réel, contient ....

x restant strictement supérieur à a (resp. strictement inférieur à a).

On note $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ x>a}} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \longrightarrow a^+} f(x) = +\infty$.

(resp. $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ x<a}} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x \longrightarrow a^-} f(x) = +\infty$).

Remarque :
On définit de façon analogue $\lim\limits_{x \longrightarrow a^+} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \longrightarrow a^-} f(x) = -\infty$.

Graphiquement :

Définition : lorsque f a pour limite $+\infty$ (ou $-\infty$) en a, (ou à droite en a ou à gauche en a), on dit que la droite d'équation $x = a$ est ....

Exemple

$\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \dfrac{1}{x} = \ldots$ $\qquad$ $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x<0}} \dfrac{1}{x} = \ldots$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2} = \ldots$ $\qquad$ $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow 0 \\ x>0}} \dfrac{1}{\sqrt{x}} = \ldots$