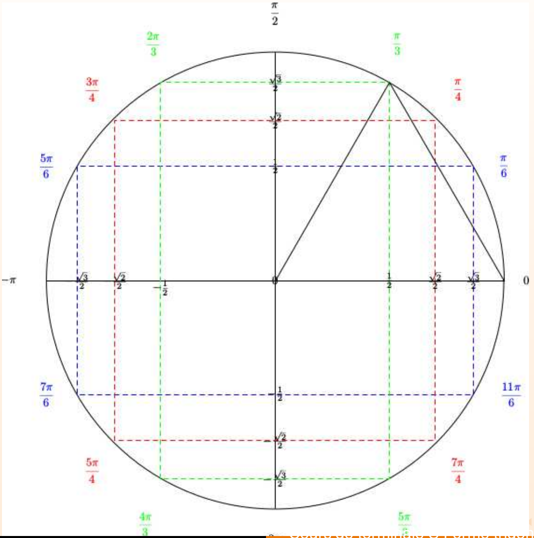
Cours de terminale S
Forme trigonométrique d'un nombre complexe

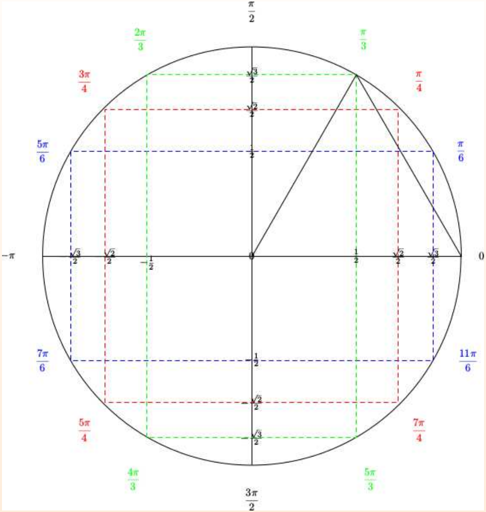
A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

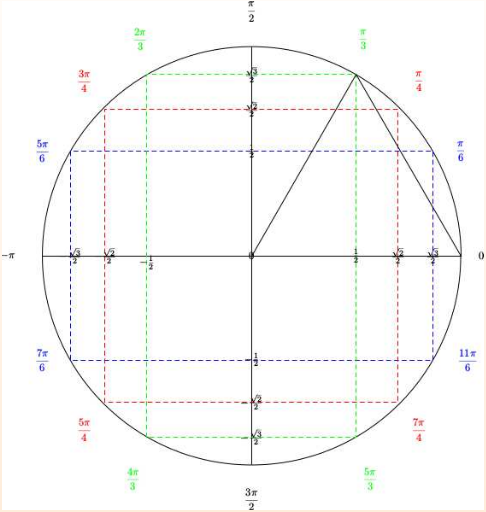
2019-2020


$\frac{\pi}{2}$
$\frac{2\pi}{3}$
$\frac{\pi}{3}$
$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{5\pi}{6}$
$\frac{\pi}{6}$
$-\pi$
0
$\frac{7\pi}{6}$
$\frac{11\pi}{6}$
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{7\pi}{4}$
$\frac{4\pi}{3}$
$\frac{5\pi}{3}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

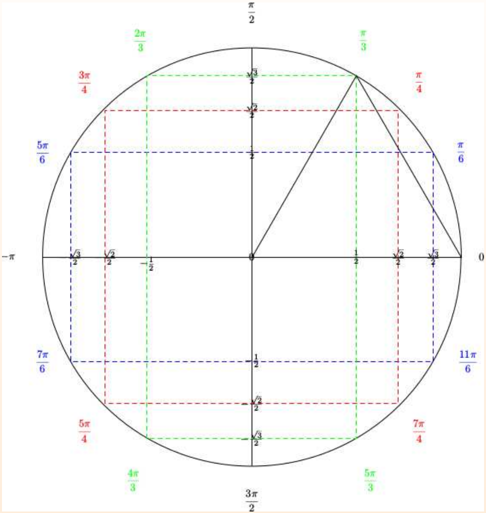
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$					
$\sin x$					



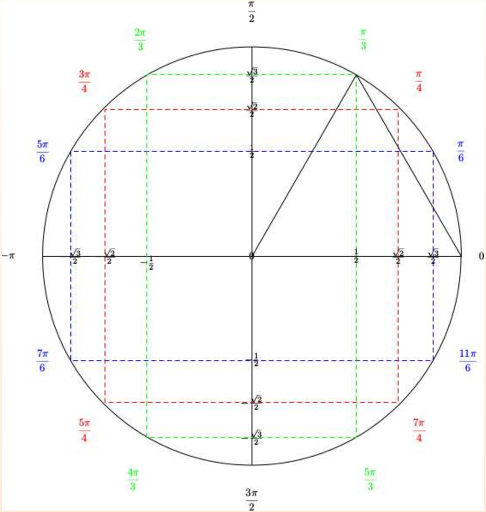
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1				
$\sin x$					



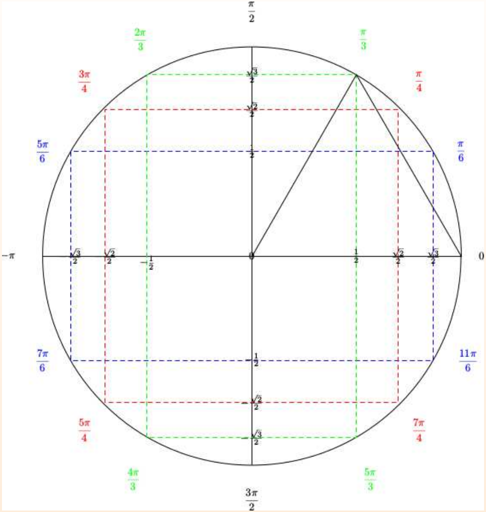
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1				
$\sin x$	0				



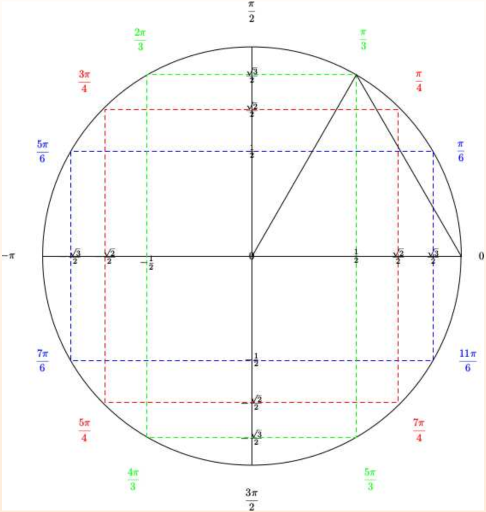
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$			
$\sin x$	0				



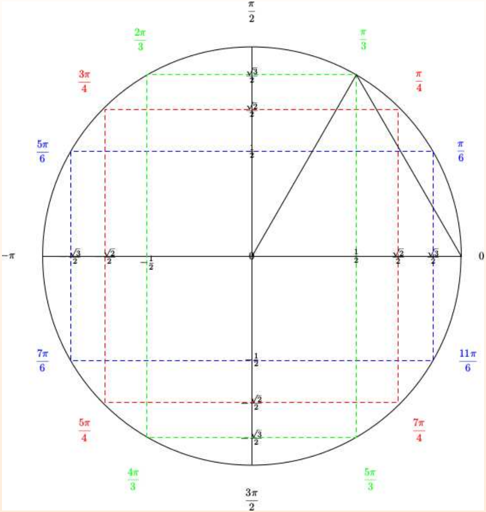
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$			
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$			



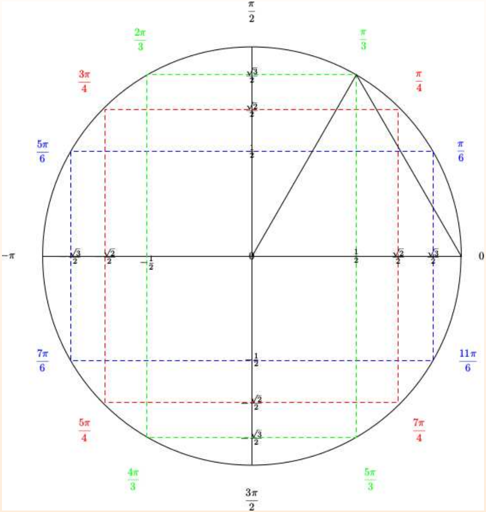
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$			



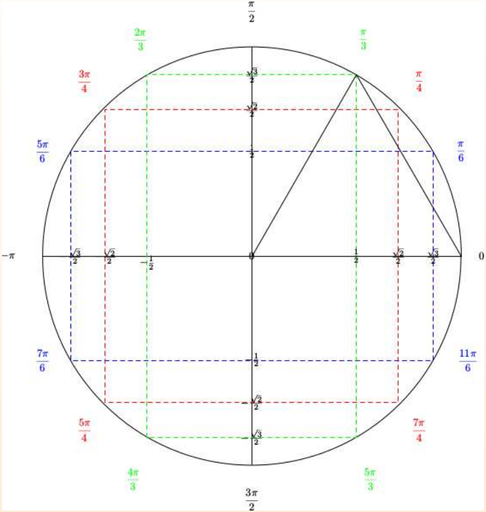
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		



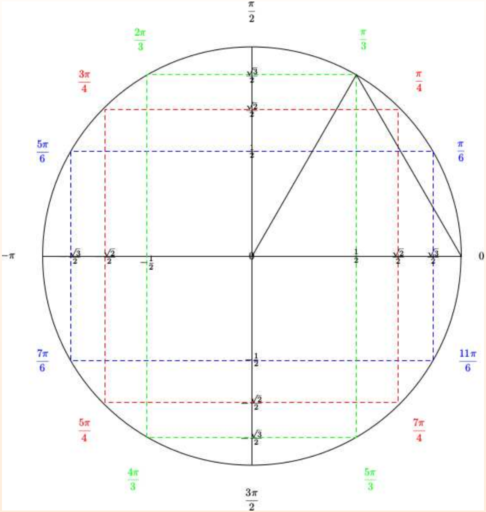
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		



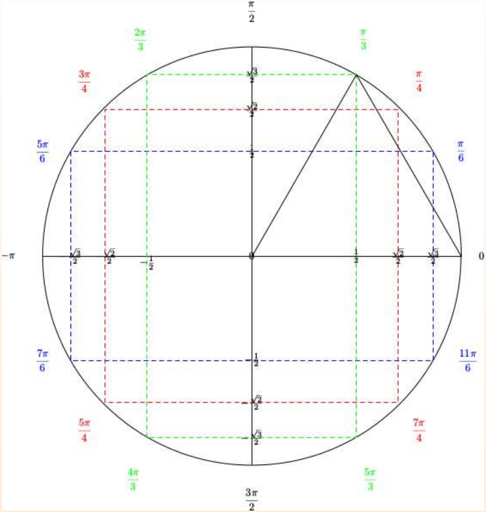
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Propriété

Pour tout nombre x :

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$$

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est la distance OM : $|z| = OM$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

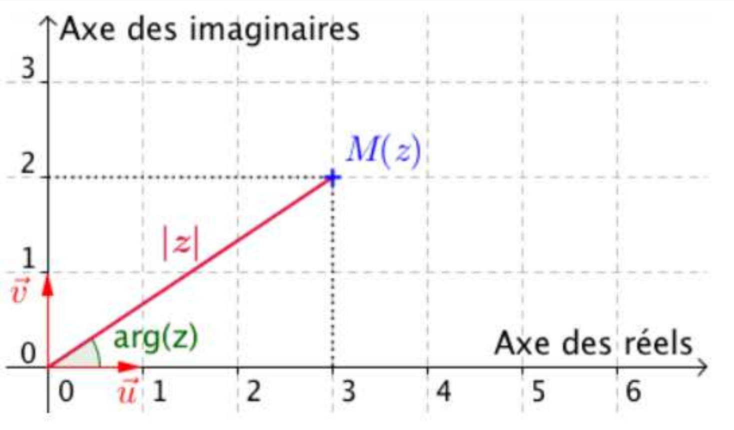
Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est la distance OM : $|z| = OM$.
Si z est non nul, on appelle **argument** de z, noté $\arg(z)$, toute mesure en radian de

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

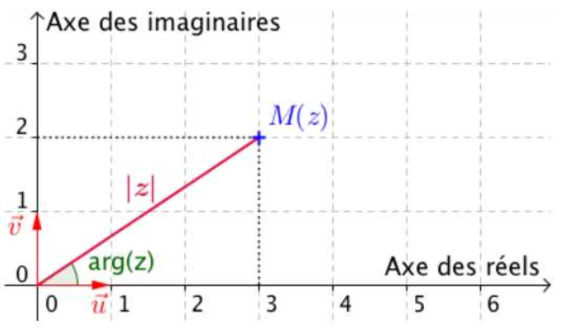
Définition

Soit z un nombre complexe et M son image dans le plan complexe.
Le **module** de z, noté $|z|$, est la distance OM : $|z| = OM$.
Si z est non nul, on appelle **argument** de z, noté $\arg(z)$, toute mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$: $\arg(z) = (\vec{u}; \overrightarrow{OM}) \quad (2\pi)$.


Axe des imaginaires
3
2
1
0
$M(z)$
$|z|$
$\vec{v}$
arg(z)
Axe des réels
0
$\vec{u}$
1
2
3
4
5
6

Propriété

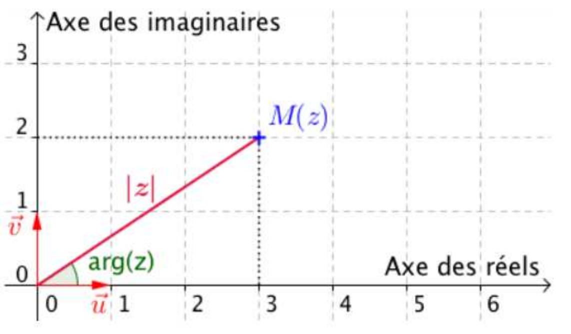
Si $z = a + ib$ alors $|z| =$



Propriété

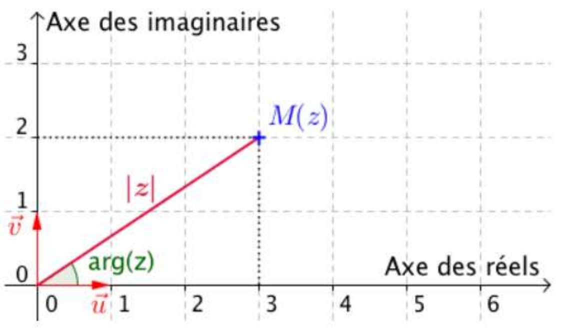
Si $z = a + ib$ alors $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ et en notant $\theta = arg(z)$,

on a : $\cos\theta =$



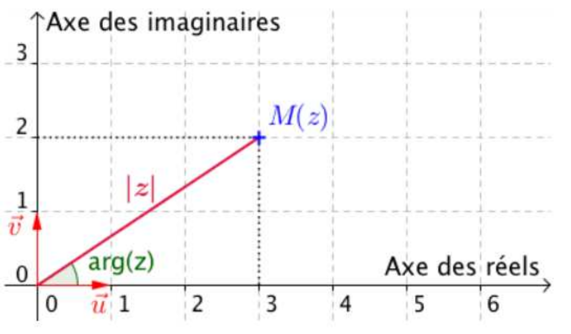
Propriété

Si $z = a+ib$ alors $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$ et en notant $\theta = arg(z)$, on a : $\cos\theta = \dfrac{a}{|z|}$ et $\sin\theta =$



Propriété

Si $z = a + ib$ alors $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ et en notant $\theta = arg(z)$, on a : $\cos\theta = \dfrac{a}{|z|}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{|z|}$



Exemples

$$|i| =$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) =$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

$$|-3| =$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

$$|-3| = 3$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

$$|-3| = 3 \qquad \arg(-3) =$$

Exemples

$$|i| = 1 \qquad \arg(i) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

$$|-3| = 3 \qquad \arg(-3) = \pi \quad (2\pi)$$

Propriété

- Pour tout nombre complexe z,

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) =$$

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) =$$

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, ssi

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, ssi $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, ssi $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.
- z est un imaginaire pur, $(z \neq 0)$, ssi

Propriété

- Pour tout nombre complexe z, $z\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$
- Pour tout nombre complexe z, $|-z| = |\overline{z}| = |z|$.
- Pour tout nombre complexe non nul z :

$$\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$$

$$\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$$

- z est un réel, $(z \neq 0)$, ssi $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.
- z est un imaginaire pur, $(z \neq 0)$, ssi $\arg(z) = \frac{\pi}{2} \quad (\pi)$.

Démonstration

- $z\overline{z} =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a + ib)(a - ib) =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 - (ib)^2 =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| = |-a-ib| =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| = |-a-ib| = \sqrt{(-a)^2+(-b)^2} =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| = |-a-ib| = \sqrt{(-a)^2+(-b)^2} = \sqrt{a^2+b^2} =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| = |-a-ib| = \sqrt{(-a)^2+(-b)^2} = \sqrt{a^2+b^2} = |z|$

  De même : $|\overline{z}| =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| = |-a-ib| = \sqrt{(-a)^2+(-b)^2} = \sqrt{a^2+b^2} = |z|$

  De même : $|\overline{z}| = |a-ib| =$

Démonstration

- $z\overline{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| = |-a-ib| = \sqrt{(-a)^2+(-b)^2} = \sqrt{a^2+b^2} = |z|$

  De même : $|\overline{z}| = |a-ib| = \sqrt{a^2+(-b)^2} =$

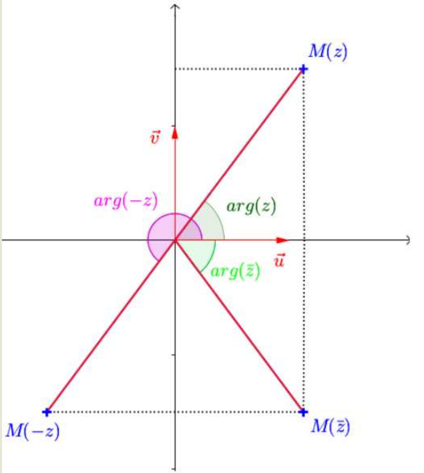
Démonstration

- $z\overline{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$
- $|-z| = |-a-ib| = \sqrt{(-a)^2+(-b)^2} = \sqrt{a^2+b^2} = |z|$

  De même : $|\overline{z}| = |a-ib| = \sqrt{a^2+(-b)^2} = \sqrt{a^2+b^2} = |z|$

Démonstration

- $\arg(-z) = \arg(z) + \pi \quad (2\pi)$
- $\arg(\overline{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$
- z est un réel, $(z \neq 0)$, ssi $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$.
- z est un imaginaire pur, $(z \neq 0)$, ssi $\arg(z) = \dfrac{\pi}{2}$ (π).



Définition

Tout nombre complexe non nul s'écrit sous la forme suivante, dite

Définition

Tout nombre complexe non nul s'écrit sous la forme suivante, dite forme trigonométrique :

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

Définition

Tout nombre complexe non nul s'écrit sous la forme suivante, dite forme trigonométrique :

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta) \qquad \text{avec} \qquad r = |z| \ \text{ et } \ \theta = \arg(z) \quad (2\pi)$$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec

$r =$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta =$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et

$\sin\theta =$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a =$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a = r\cos\theta$ et $b =$

- Si la forme algébrique de z est $z = a + bi$, avec $z \neq 0$, alors sa forme trigonométrique est : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ avec $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ et θ tel que $\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Si la forme trigonométrique de z est $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, alors sa forme algébrique est : $z = a + bi$ avec $a = r\cos\theta$ et $b = r\sin\theta$.

Exemple

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant : $z = 1 + \sqrt{3}i$

$r =$

Exemple

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant : $z = 1 + \sqrt{3}i$

$$r = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} =$$

Exemple

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant : $z = 1 + \sqrt{3}i$

$$r = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{4} =$$

Exemple

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant : $z = 1 + \sqrt{3}i$

$r = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{4} = 2$ *et* $\cos\theta =$

Exemple

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant : $z = 1 + \sqrt{3}i$

$r = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{4} = 2$ *et* $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$, $\sin\theta =$

Exemple

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant : $z = 1 + \sqrt{3}i$

$r = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{4} = 2$ *et* $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$, $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, *d'où* $\theta =$

Exemple

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant : $z = 1 + \sqrt{3}i$

$$r = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{4} = 2 \text{ et } \cos\theta = \frac{1}{2}, \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ d'où } \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\boxed{\text{D'où } z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| =$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') =$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| =$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) =$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n \arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\frac{1}{z}\right| =$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n\arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$ Argument : $\arg(\frac{1}{z}) =$

On considère $z \neq 0$ et $z' \neq 0$.

- Produit

Module : $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Argument : $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad (2\pi)$

- Puissance

Module : $|z^n| = |z|^n$ Argument : $\arg(z^n) = n \arg(z) \quad (2\pi)$

- Inverse

Module : $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$ Argument : $\arg(\frac{1}{z}) = -\arg(z) \quad (2\pi)$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| =$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Argument : $\arg(\dfrac{z}{z'}) =$

- Quotient

Module : $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$

Argument : $\arg(\dfrac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z') \quad (2\pi)$

Démonstration pour le produit

On pose $\theta = \arg(z)$ et $\theta' = \arg(z')$.

Démonstration pour le produit

On pose $\theta = \arg(z)$ et $\theta' = \arg(z')$.

$$zz' = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)|z'|(\cos\theta' + i\sin\theta')$$

Démonstration pour le produit

On pose $\theta = \arg(z)$ et $\theta' = \arg(z')$.

$$zz' = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)|z'|(\cos\theta' + i\sin\theta')$$
$$zz' = |z||z'|\left[(\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta') + i(\sin\theta\cos\theta' + \cos\theta\sin\theta')\right]$$

Démonstration pour le produit

On pose $\theta = \arg(z)$ et $\theta' = \arg(z')$.

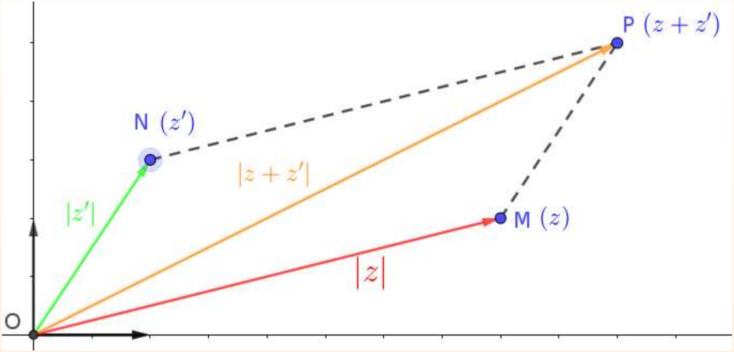
$$zz' = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)|z'|(\cos\theta' + i\sin\theta')$$
$$zz' = |z||z'|\left[(\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta') + i(\sin\theta\cos\theta' + \cos\theta\sin\theta')\right]$$
$$zz' = |z||z'|\left[\cos(\theta+\theta') + i\sin(\theta+\theta')\right]$$

Démonstration pour le produit

On pose $\theta = \arg(z)$ et $\theta' = \arg(z')$.

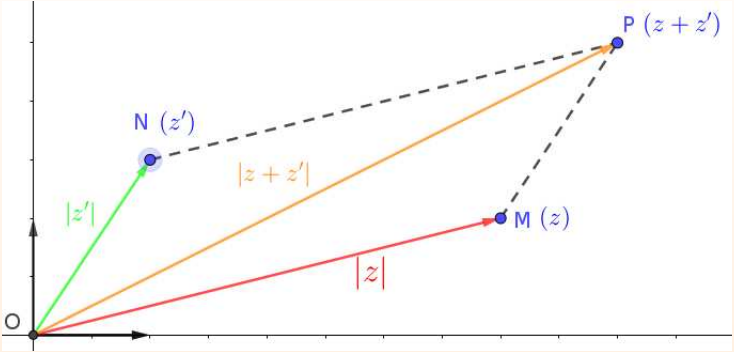
$$zz' = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)|z'|(\cos\theta' + i\sin\theta')$$
$$zz' = |z||z'|\left[(\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta') + i(\sin\theta\cos\theta' + \cos\theta\sin\theta')\right]$$
$$zz' = |z||z'|\left[\cos(\theta+\theta') + i\sin(\theta+\theta')\right]$$

Donc le module de zz' est $|zz'|$ et un argument de zz' est $\theta + \theta' = \arg(z) + \arg(z')$



Propriété (Inégalité triangulaire)

$|z+z'| \leq$



Propriété (Inégalité triangulaire)

$|z+z'| \leq |z| + |z'|$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\vec{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\vec{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.
Par suite : $|z_B - z_A| =$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\vec{u}\,;\overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.
Par suite : $|z_B - z_A| = |z_M| =$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.
Par suite : $|z_B - z_A| = |z_M| = OM =$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\vec{u}\,;\overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.
Par suite : $|z_B - z_A| = |z_M| = OM = AB$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.
Par suite : $|z_B - z_A| = |z_M| = OM = AB$
$\arg(z_B - z_A) =$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\vec{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.
Par suite : $|z_B - z_A| = |z_M| = OM = AB$
$\arg(z_B - z_A) = \arg(z_M) =$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.
Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.
Par suite : $|z_B - z_A| = |z_M| = OM = AB$
$\arg(z_B - z_A) = \arg(z_M) = (\overrightarrow{u}; \overrightarrow{OM}) =$

Soient A, B et C trois points distincts du plan complexe, d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.

Propriété

$$|z_B - z_A| = AB \text{ et } \arg(z_B - z_A) = (\vec{u}\,;\overrightarrow{AB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

Il existe un unique point M dans le plan complexe tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$.

Donc $z_M = z_B - z_A$ en notant z_M l'affixe du point M.

Par suite : $|z_B - z_A| = |z_M| = OM = AB$

$\arg(z_B - z_A) = \arg(z_M) = (\vec{u}\,;\overrightarrow{OM}) = (\vec{u}\,;\overrightarrow{AB})$

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad (2\pi)$$

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| =$$

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{|z_B - z_C|}{|z_A - z_C|} =$$

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad (2\pi)$$

Démonstration :

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{|z_B - z_C|}{|z_A - z_C|} = \frac{CB}{CA}$$

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad [2\pi]$$

Démonstration :

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad [2\pi]$$

Démonstration :

$$\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \arg(z_B - z_C) - \arg(z_A - z_C)$$

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad [2\pi]$$

Démonstration :

$$\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \arg(z_B - z_C) - \arg(z_A - z_C)$$

$$= (\overrightarrow{u}\,; \overrightarrow{CB}) - (\overrightarrow{u}\,; \overrightarrow{CA}) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{u}\,) + (\overrightarrow{u}\,; \overrightarrow{CB})$$

Propriété

$$\left|\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right| = \frac{CB}{CA} \text{ et } \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad [2\pi]$$

Démonstration :

$$\begin{aligned}\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) &= \arg(z_B - z_C) - \arg(z_A - z_C)\\ &= (\overrightarrow{u}\,; \overrightarrow{CB}) - (\overrightarrow{u}\,; \overrightarrow{CA}) = (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{u}\,) + (\overrightarrow{u}\,; \overrightarrow{CB})\\ &= (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) \quad [2\pi]\end{aligned}$$

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) =$

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0 \quad (\pi)$

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0 \quad (\pi)$

et les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) =$

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0 \quad (\pi)$

et les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires si et seulement si $\arg\left(\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \dfrac{\pi}{2} \quad (\pi)$

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow$

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow \Omega M = R \Leftrightarrow$

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow \Omega M = R \Leftrightarrow |z - \omega| = R$.

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow \Omega M = R \Leftrightarrow |z - \omega| = R$.

Caractérisation de la médiatrice Δ de $[AB]$:

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow \Omega M = R \Leftrightarrow |z - \omega| = R$.

Caractérisation de la médiatrice Δ de $[AB]$:
$M(z) \in \Delta \Leftrightarrow$

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow \Omega M = R \Leftrightarrow |z - \omega| = R$.

Caractérisation de la médiatrice Δ de $[AB]$:
$M(z) \in \Delta \Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow$

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow \Omega M = R \Leftrightarrow |z - \omega| = R$.

Caractérisation de la médiatrice Δ de $[AB]$:
$M(z) \in \Delta \Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow |z - z_A| =$

Caractérisation du cercle Γ de centre $\Omega(\omega)$ et de rayon R :
$M(z) \in \Gamma \Leftrightarrow \Omega M = R \Leftrightarrow |z - \omega| = R$.

Caractérisation de la médiatrice Δ de $[AB]$:
$M(z) \in \Delta \Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow |z - z_A| = |z - z_B|$.