

1 Suites majorées, minorées, bornées

Définition

Soient M et m deux nombres réels. On dit que la suite (u_n) est :

- majorée par M si
- minorée par m si
- bornée si

Exemples

— Soit la suite $\left(\frac{1}{n}\right)_{n \geq 1} = \{1/1; 1/2; 1/3; \dots\}$

— Soit la suite $(n^2)_{n \geq 0} = \{\dots\dots\dots\}$.

2 Cas des suites monotones et convergentes

Théorème

Soit une suite (u_n) convergeant vers un réel ℓ . Si la suite (u_n) est croissante, alors elle est, c'est-à-dire que pour tout entier naturel n ,

Démonstration (ROC) :

Soit (u_n) une suite croissante qui converge vers L . Supposons (par l'absurde) qu'il existe p tel que $u_p > L$.

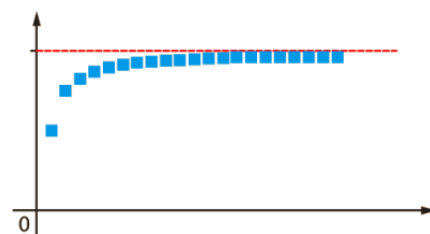
3 Convergence des suites monotones

Théorème

Si (u_n) est une suite croissante et majorée, alors elle

Si (u_n) est une suite décroissante et minorée, alors elle

Attention : Ce théorème ne donne pas la valeur de la limite de la suite, mais seulement son existence et un majorant, ou un minorant de la suite.



Corollaire

Une suite croissante non majorée

Démonstration (ROC) :