Cours de terminale S
Géométrie dans l'espace

A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

2018-2019

I. Positions relatives de droites et de plans.

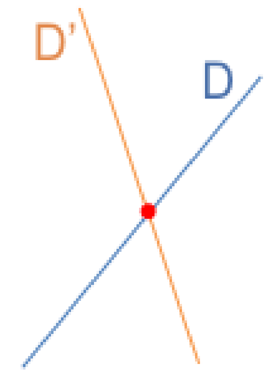
1. Positions relatives de deux droites :

Deux droites de l'espace sont :

- Soit ………………… :

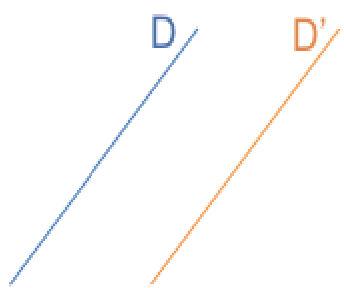
Elles sont alors :

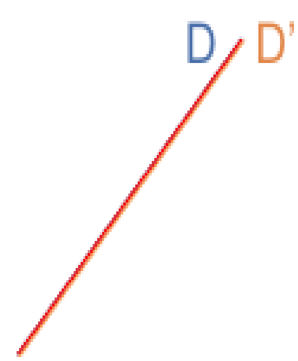
- soit……………,



-soit ……………, et dans ce cas :

elles sont ……………………………,





ou …………………

I. Positions relatives de droites et de plans.

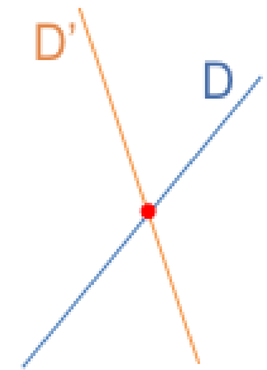
1. Positions relatives de deux droites :

Deux droites de l’espace sont :

- Soit **coplanaires** :

Elles sont alors :

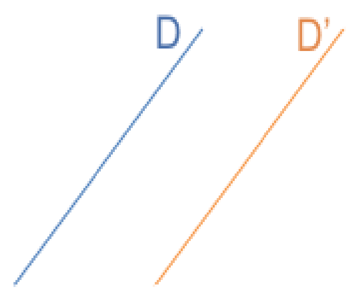
- soit……………,



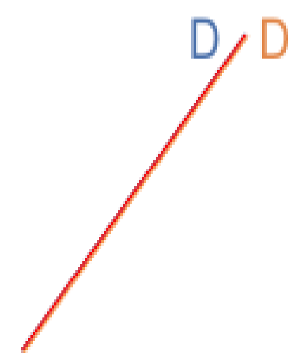
-soit ……………, et dans ce cas :

elles sont

……………………………,



ou …………………



I. Positions relatives de droites et de plans.

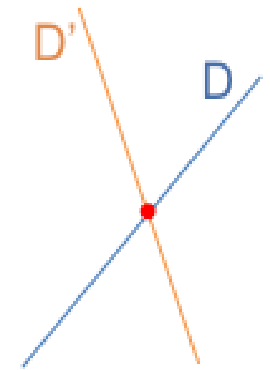
1. Positions relatives de deux droites :

Deux droites de l'espace sont :

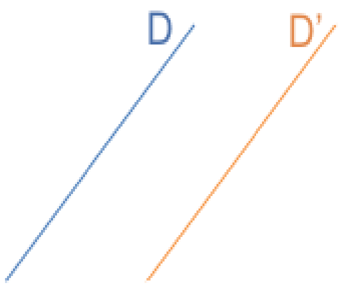
- Soit **coplanaires** :

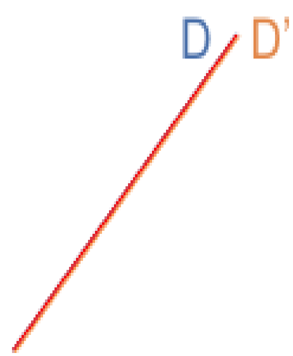
Elles sont alors :

- soit sécantes,



-soit ……………, et dans ce cas :
elles sont ………………………………,





ou …………………

I. Positions relatives de droites et de plans.

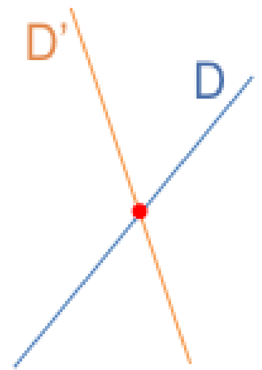
1. Positions relatives de deux droites :

Deux droites de l'espace sont :

- Soit **coplanaires** :

Elles sont alors :

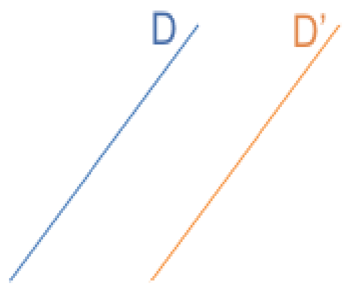
- soit sécantes,



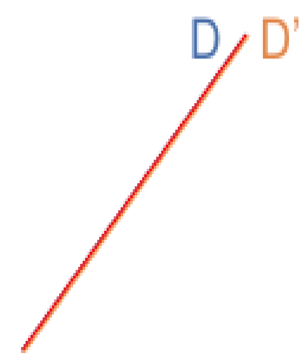
-soit parallèles, et dans ce cas :

elles sont

……………………………,



ou …………………



I. Positions relatives de droites et de plans.

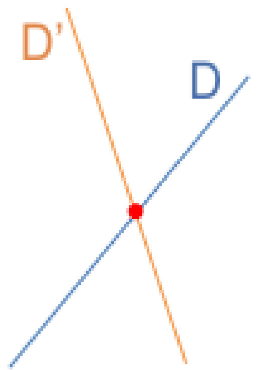
1. Positions relatives de deux droites :

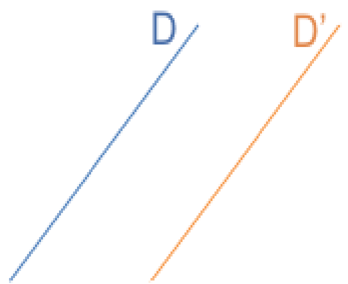
Deux droites de l'espace sont :

- Soit **coplanaires** :

Elles sont alors :

- soit sécantes,

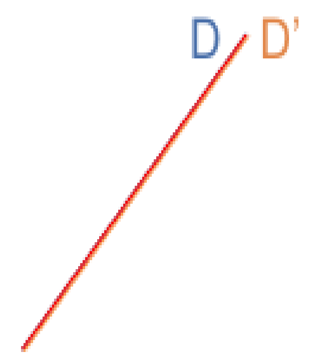




-soit parallèles, et dans ce cas :

elles sont

strictement parallèles,



ou ………………….

I. Positions relatives de droites et de plans.

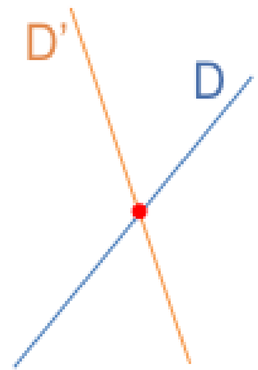
1. Positions relatives de deux droites :

Deux droites de l’espace sont :

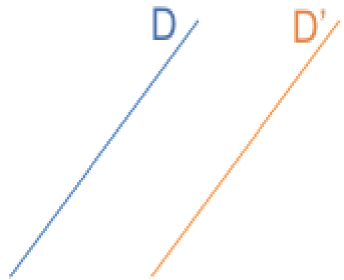
- Soit **coplanaires** :

Elles sont alors :

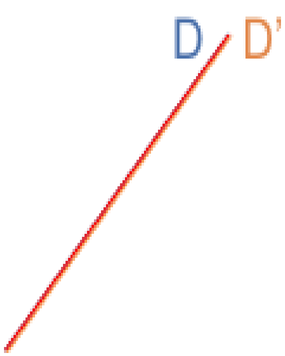
- soit sécantes,



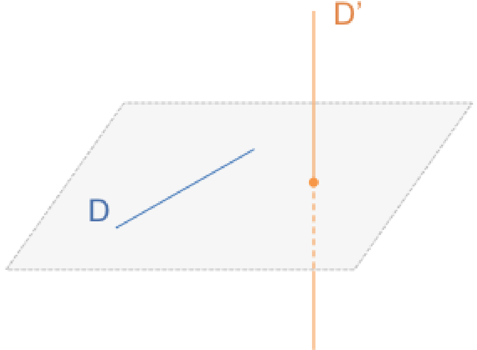
-soit parallèles, et dans ce cas :
elles sont strictement parallèles,



ou confondues.



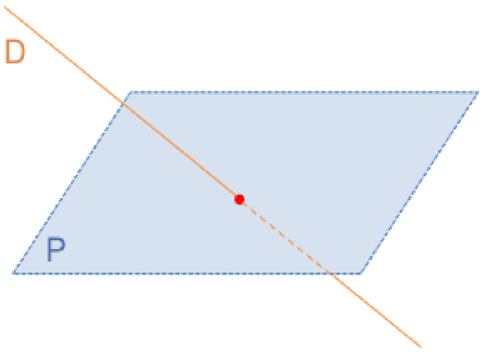
• Soit …………………….



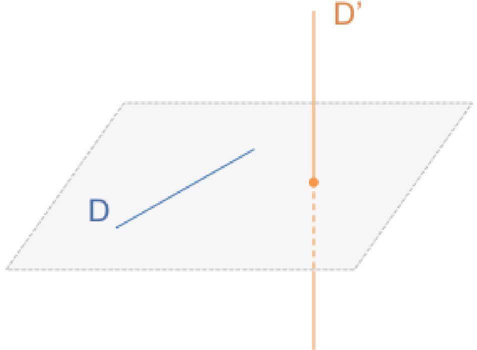
2. Positions relatives d’une droite et d’un plan :

Une droite et un plan de l’espace sont :

• soit ………., et l’intersection est alors ………… ;



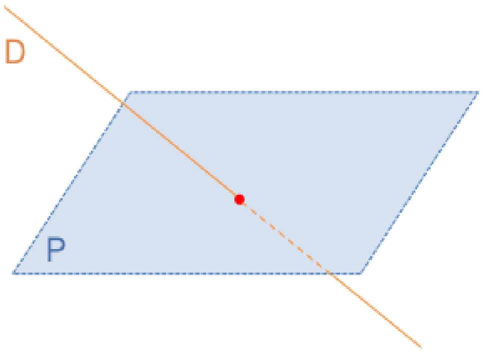
- Soit **non coplanaires**.



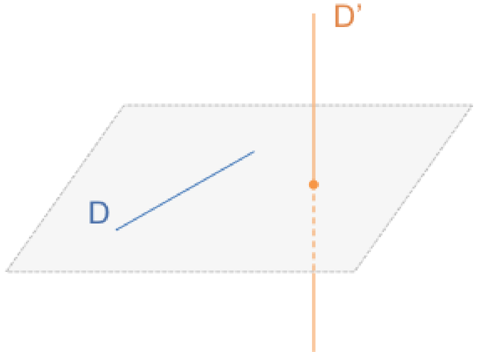
2. Positions relatives d’une droite et d’un plan :

Une droite et un plan de l’espace sont :

• soit ………., et l’intersection est alors ……….. ;



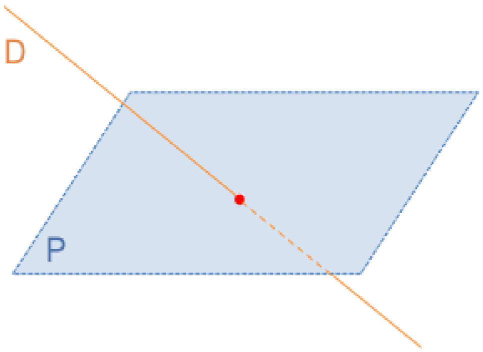
- Soit **non coplanaires.**



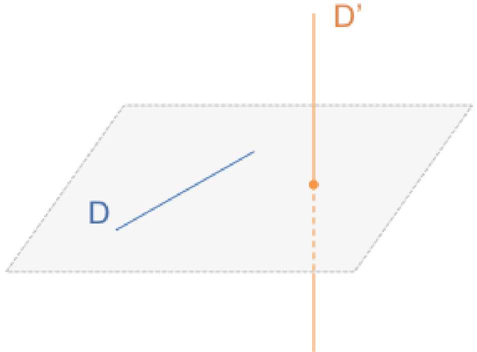
2. Positions relatives d’une droite et d’un plan :

Une droite et un plan de l’espace sont :

• soit sécants, et l’intersection est alors ………… ;



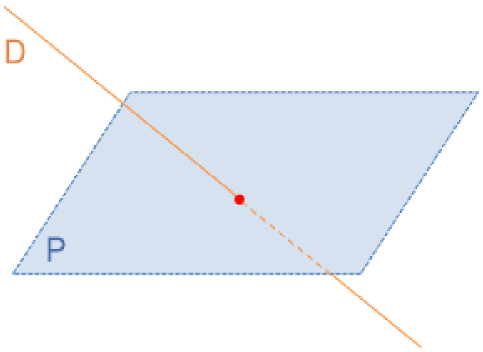
- Soit **non coplanaires.**



2. Positions relatives d’une droite et d’un plan :

Une droite et un plan de l’espace sont :

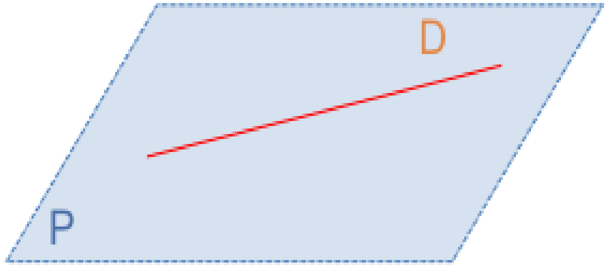
• soit sécants, et l’intersection est alors un point ;



- soit .... et dans ce cas :

la droite est ....
....

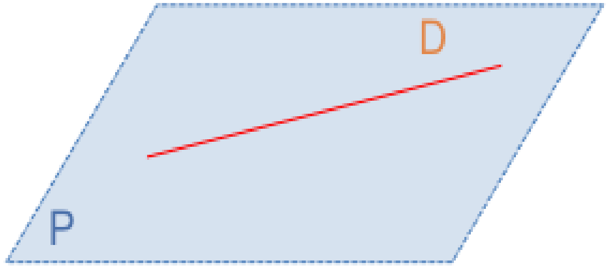
ou la droite est ....
....



- soit parallèles et dans ce cas :

la droite est …………………………………
…………

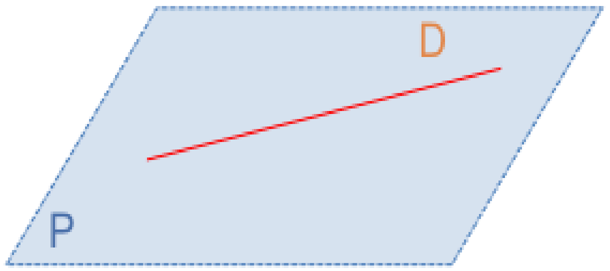
ou la droite est …………………………
…….



- soit parallèles et dans ce cas :

la droite est strictement parallèle au plan,

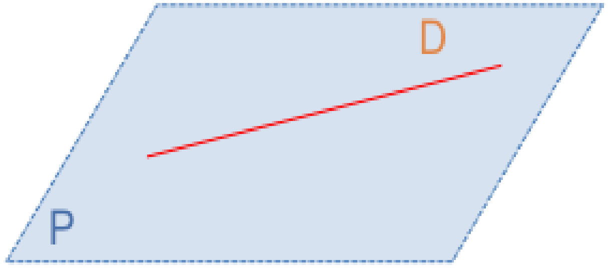
ou la droite est …………………………
…….



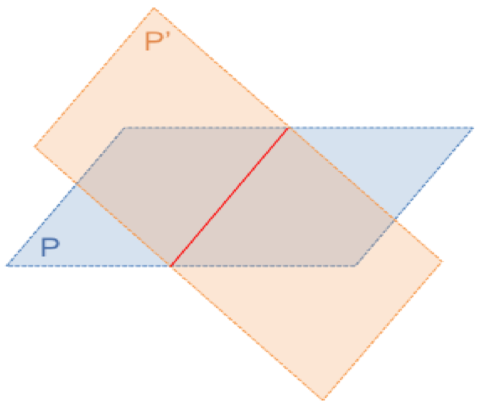
- soit parallèles et dans ce cas :

la droite est strictement parallèle au plan,

ou la droite est contenue dans le plan.



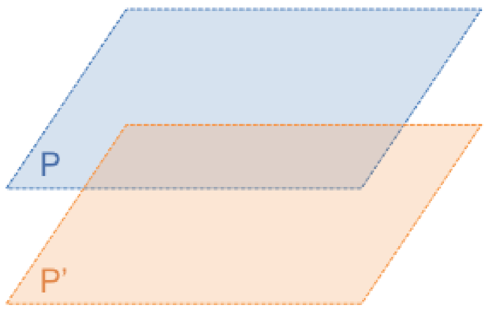
3. Positions relatives de deux plans :



Deux plans de l'espace sont :

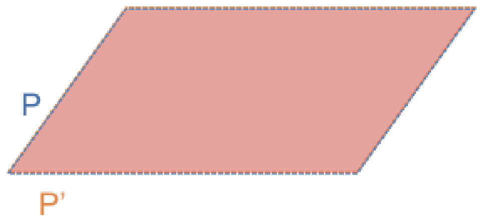
- soit …………,

et dans ce cas l'intersection est …..
…………



- soit ………………,

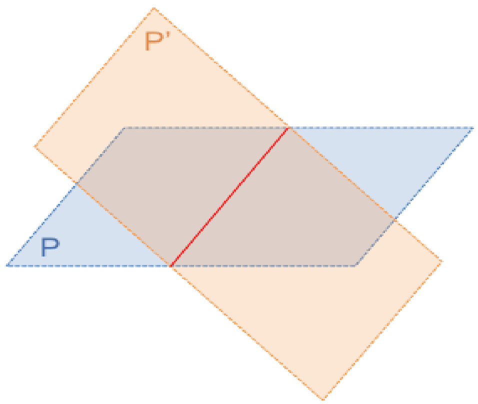
et dans ce cas ils sont ………………….
……………….



ou ……………..

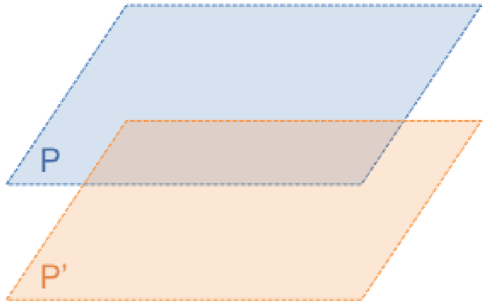
3. Positions relatives de deux plans :

Deux plans de l'espace sont :



- soit sécants,

et dans ce cas l'intersection est .....
....



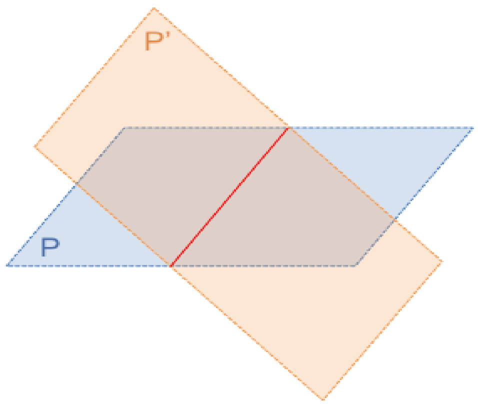
- soit ....,

et dans ce cas ils sont ....
....

ou ....

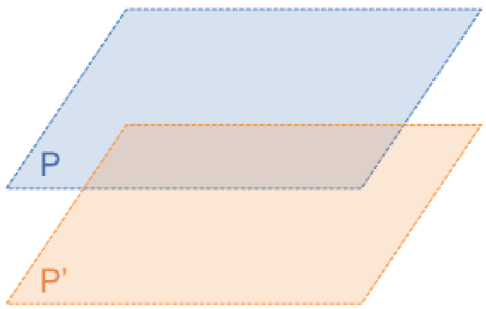
<u>3. Positions relatives de deux plans :</u>

Deux plans de l'espace sont :



• soit sécants,

et dans ce cas l'intersection est une droite ;



• soit ……………….,

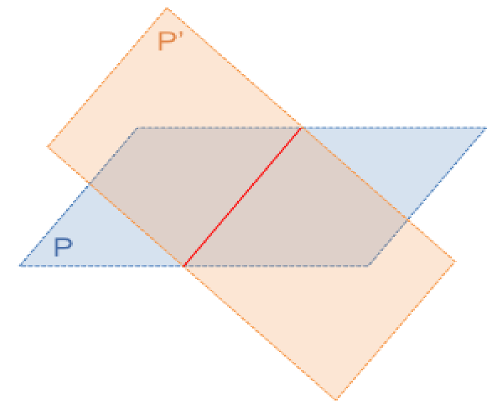
et dans ce cas ils sont ………………….. ………………..

ou ……………….

3. Positions relatives de deux plans :

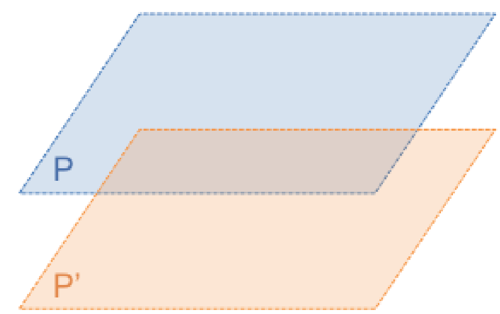
Deux plans de l'espace sont :

- soit sécants,



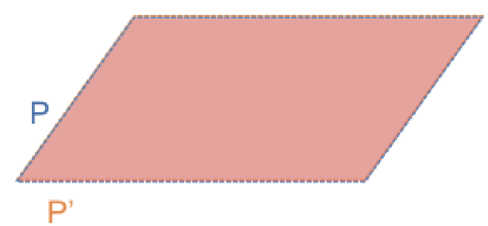
et dans ce cas l'intersection est une droite ;

- soit parallèles,

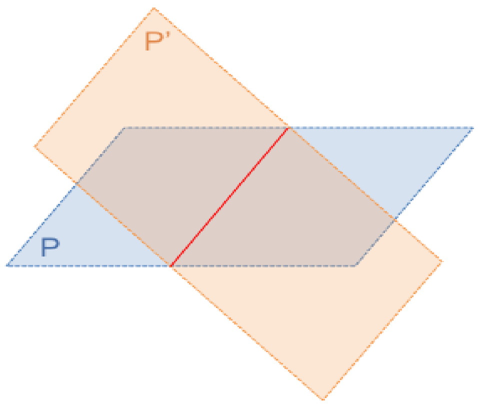


et dans ce cas ils sont ....
....

ou ....



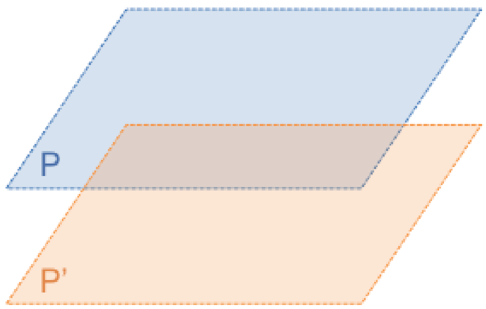
3. Positions relatives de deux plans :



Deux plans de l'espace sont :

- soit sécants,

et dans ce cas l'intersection est une droite ;



- soit parallèles,

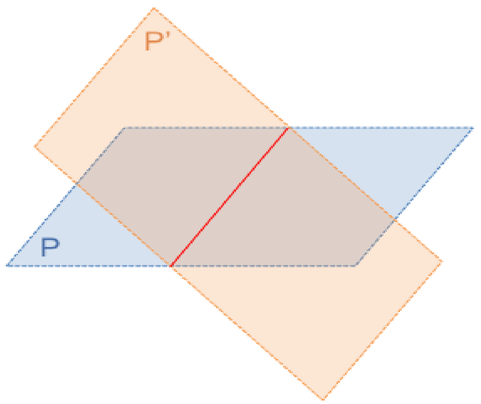
et dans ce cas ils sont strictement parallèles,

ou ……………..

3. Positions relatives de deux plans :

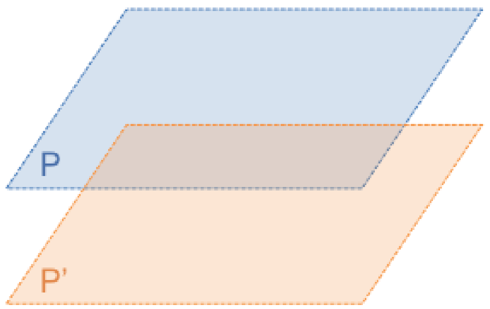
Deux plans de l'espace sont :

- soit sécants,



et dans ce cas l'intersection est une droite ;

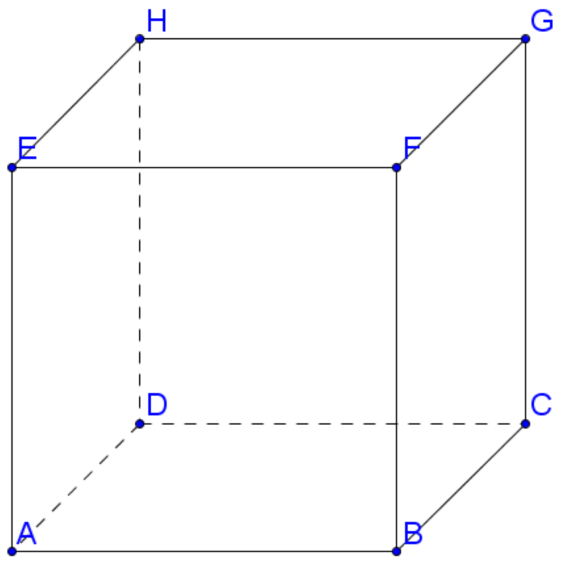
- soit parallèles,



et dans ce cas ils sont strictement parallèles,

ou confondus.

Exemple du cube :



II. Parallélisme.

1. Entre droites :

- Deux droites parallèles à une même troisième sont ……………………………………

- Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une ………………………………

II. Parallélisme.

1. Entre droites :

- Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

- Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une ……………………………

II. Parallélisme.

1. Entre droites :

• Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

• Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une coupe aussi l'autre.

2. Entre plans :

• Deux plans parallèles à un même troisième sont
……………………………….

• Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un second plan, alors les deux plans sont ……………..

• Un plan coupe deux plans parallèles selon …………………
……………………………..

Remarque :
Toutes les propriétés de géométrie plane ……………………
……………………………………

2. Entre plans :

- Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

- Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un second plan, alors les deux plans sont ……………..

- Un plan coupe deux plans parallèles selon …………………
………………………………

Remarque :

Toutes les propriétés de géométrie plane ……………………
………………………………….

2. Entre plans :

- Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

- Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un second plan, alors les deux plans sont parallèles.

- Un plan coupe deux plans parallèles selon …………………
………………………………..

Remarque :

Toutes les propriétés de géométrie plane ……………………..
…………………………………….

2. Entre plans :

- Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

- Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un second plan, alors les deux plans sont parallèles.

- Un plan coupe deux plans parallèles selon des droites parallèles.

Remarque :

Toutes les propriétés de géométrie plane ……………………..
……………………………………….

2. Entre plans :

- Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

- Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un second plan, alors les deux plans sont parallèles.

- Un plan coupe deux plans parallèles selon des droites parallèles.

Remarque :

Toutes les propriétés de géométrie plane restent valables dans un plan de l'espace.

3. Entre droites et plans :

- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'un est ……………………….

- Si une droite est parallèle à une seconde, alors elle est parallèle …………………………………………………………………….

- Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle ………………………………….

3. Entre droites et plans :

- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

- Si une droite est parallèle à une seconde, alors elle est parallèle …………………………………………………………………….

- Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle ……………………………………..

3. Entre droites et plans :

- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite parallèle à l’un est parallèle à l’autre.

- Si une droite est parallèle à une seconde, alors elle est parallèle à tous les plans contenant cette seconde droite.

- Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle ……………………………………..

3. Entre droites et plans :

- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite parallèle à l’un est parallèle à l’autre.

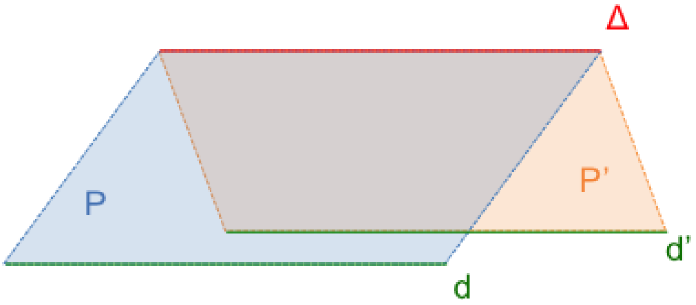
- Si une droite est parallèle à une seconde, alors elle est parallèle à tous les plans contenant cette seconde droite.

- Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle à leur droite d’intersection.

- **Théorème du toit : (preuve dans la suite du cours).**

On considère deux plans P et P’ ayant pour intersection la droite Δ.

On considère également deux droites d et d’, telles que :
d est contenue dans P ;
d’ est contenue dans P’ ;
d et d’ sont parallèles entre elles.

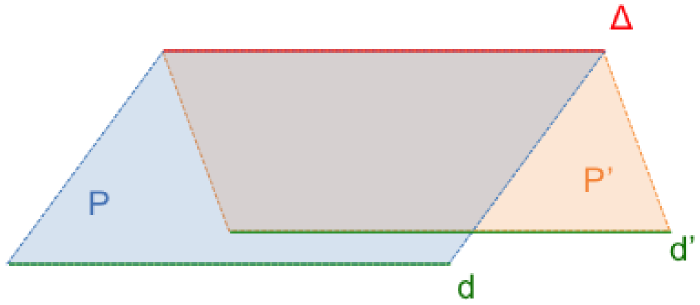


Alors ……………………………………

………………………………………………………

- **Théorème du toit : (preuve dans la suite du cours).**

On considère deux plans P et P’ ayant pour intersection la droite Δ.



On considère également deux droites d et d’, telles que :
d est contenue dans P ;
d’ est contenue dans P’ ;
d et d’ sont parallèles entre elles.

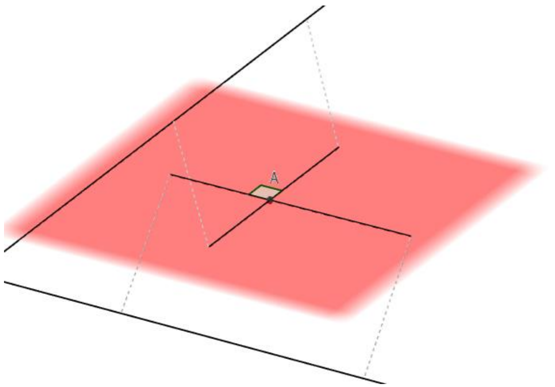
Alors les droites d et d’ sont également parallèles à la droite Δ.

III. Orthogonalité.

1. Orthogonalité de droites :

Définition :

Deux droites de l’espace sont orthogonales si leurs parallèles passant par un point quelconque sont ………………………..



Propriété :

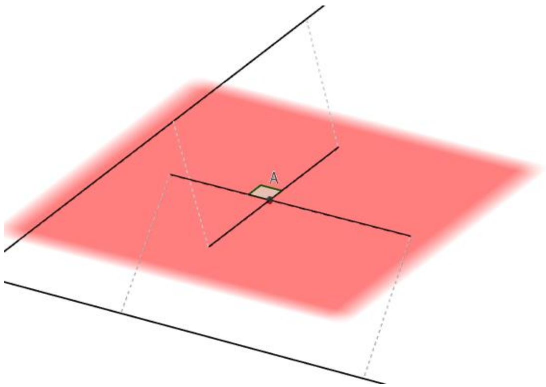
Si deux droites sont parallèles, alors tout droite orthogonale à l’une est ……………………………..

III. Orthogonalité.

1. Orthogonalité de droites :

Définition :

Deux droites de l'espace sont orthogonales si leurs parallèles passant par un point quelconque sont perpendiculaires.



Propriété :

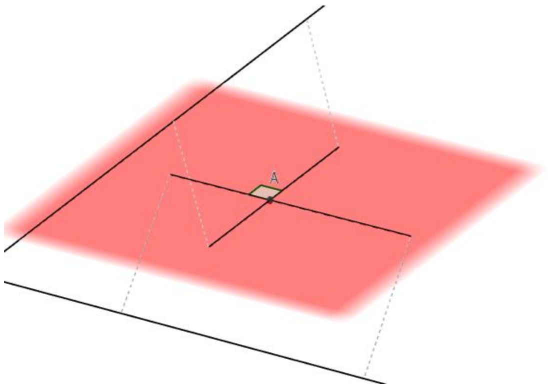
Si deux droites sont parallèles, alors tout droite orthogonale à l'une est ………………………………

III. Orthogonalité.

1. Orthogonalité de droites :

Définition :

Deux droites de l'espace sont orthogonales si leurs parallèles passant par un point quelconque sont perpendiculaires.



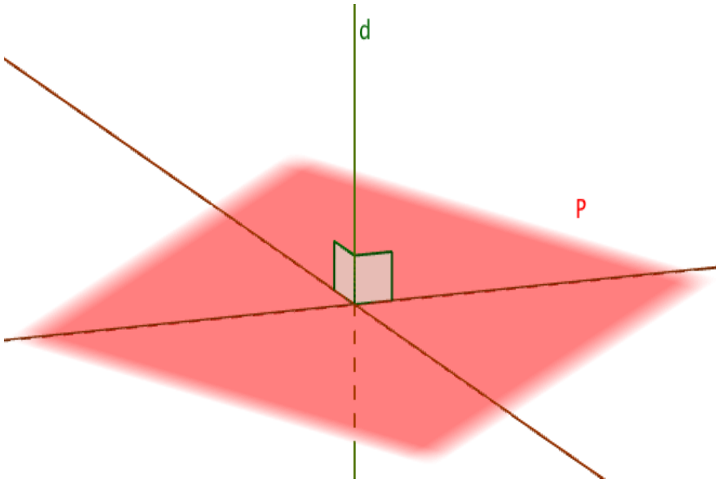
Propriété :

Si deux droites sont parallèles, alors tout droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.

2. Orthogonalité d’une droite et d’un plan :

Définition :

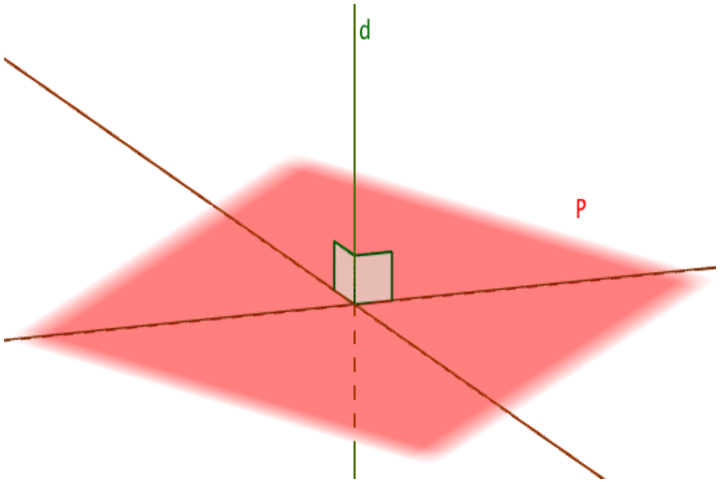
Une droite d est orthogonale à un plan P si elle est orthogonale à ……………………………………



2. Orthogonalité d’une droite et d’un plan :

Définition :

Une droite d est orthogonale à un plan P si elle est orthogonale à toute droite de ce plan.



Propriétés :

• Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale ……………………………………………………..

• Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l'une est alors …………………………..

• Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors elles sont ……………..

• Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est ……………………………….

• Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont ……………..

Propriétés :

- Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

- Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l'une est alors ……………………………

- Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors elles sont ……………..

- Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est ……………………………….

- Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont ……………..

Propriétés :

- Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

- Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l'une est alors orthogonal à l'autre.

- Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors elles sont …………….

- Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est ……………………………….

- Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont …………….

Propriétés :

- Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

- Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l'une est alors orthogonal à l'autre.

- Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors elles sont parallèles.

- Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est ……………………………….

- Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont ……………..

Propriétés :

• Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

• Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l’une est alors orthogonal à l’autre.

• Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors elles sont parallèles.

• Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l’un est orthogonale à l’autre.

• Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont ……………..

Propriétés :

- Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

- Si deux droites sont parallèles, tout plan orthogonal à l’une est alors orthogonal à l’autre.

- Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors elles sont parallèles.

- Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l’un est orthogonale à l’autre.

- Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont parallèles.

IV. Géométrie vectorielle dans l'espace.

1. Notion de vecteur dans l'espace :

Définition :

Un vecteur de l'espace est défini par ……………………………………

…………………………………………………………

Remarque :

Les vecteurs de l'espace suivent les mêmes règles de construction qu'en géométrie plane ; relation de Chasles, colinéarité, etc… restent valides.

IV. Géométrie vectorielle dans l’espace.

1. Notion de vecteur dans l’espace :

Définition :

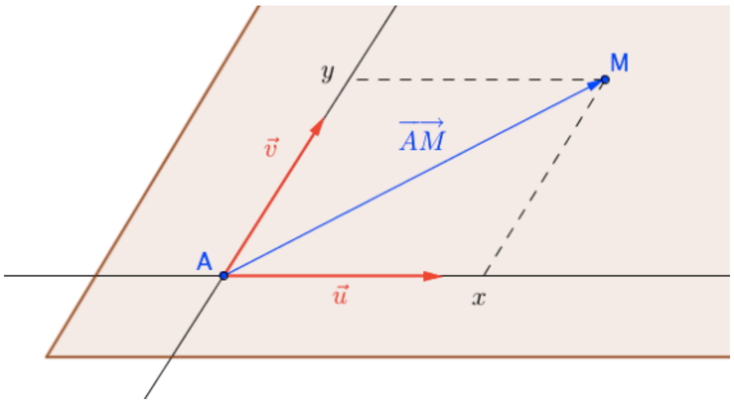
Un vecteur de l’espace est défini par une direction de l’espace, un sens et une norme (longueur).

Remarque :

Les vecteurs de l’espace suivent les mêmes règles de construction qu’en géométrie plane ; relation de Chasles, colinéarité, etc… restent valides.

2. Caractérisation d'un plan :

Définition :



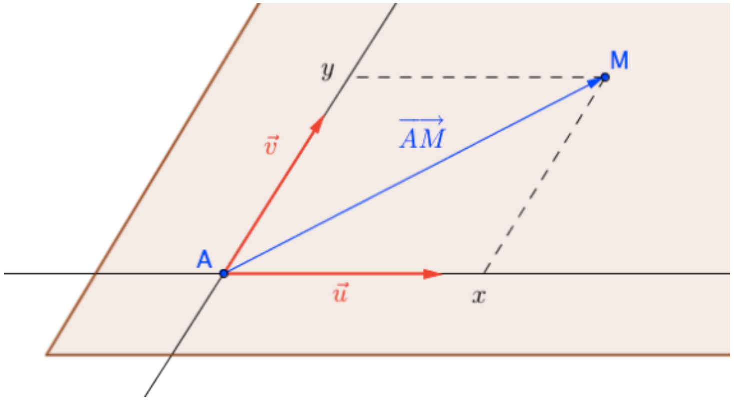
Soient A un point de l'espace, et deux vecteurs de l'espace $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires.

L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} = x\vec{u} + y\vec{v}$, avec x et y des réels, est …………………………………
……………………………

2. Caractérisation d'un plan :

Définition :

Soient A un point de l'espace, et deux vecteurs de l'espace $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires.



L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} = x\vec{u} + y\vec{v}$, avec x et y des réels, est le plan passant par A et dirigé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Remarques :

- Dans ces conditions, le triplet $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ est ....

- Un plan est ainsi totalement déterminé par ....

- Les plans $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ et $(B\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ (caractérisés par un point et deux vecteurs) sont .... pour tous points A et B.

Remarques :

- Dans ces conditions, le triplet $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ est un repère du plan.

- Un plan est ainsi totalement déterminé par ………… ……………………………………………………

- Les plans $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ et $(B\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ (caractérisés par un point et deux vecteurs) sont …………… pour tous points A et B.

Remarques :

- Dans ces conditions, le triplet $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ est un repère du plan.

- Un plan est ainsi totalement déterminé par un point et deux vecteurs non colinéaires.

- Les plans $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ et $(B\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ (caractérisés par un point et deux vecteurs) sont …………… pour tous points A et B.

Remarques :

- Dans ces conditions, le triplet $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ est un repère du plan.

- Un plan est ainsi totalement déterminé par un point et deux vecteurs non colinéaires.

- Les plans $(A\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ et $(B\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ (caractérisés par un point et deux vecteurs) sont parallèles pour tous points A et B.

3. Vecteurs coplanaires :

Définition :

On dit que des vecteurs sont coplanaires si et seulement si leurs représentants de même origine A ont leurs extrémités dans un même plan passant par A.

Propriétés :

- Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires s'il existe trois réels α, β et γ non tous nuls tels que : ………………………………

- Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires si et seulement si l'égalité :
………………………… implique que …………………………..

3. Vecteurs coplanaires :

Définition :

On dit que des vecteurs sont coplanaires si et seulement si leurs représentants de même origine A ont leurs extrémités dans un même plan passant par A.

Propriétés :

- Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires s'il existe trois réels α, β et γ non tous nuls tels que : $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w} = \vec{0}$.

- Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires si et seulement si l'égalité :

…………………………. implique que ……………………………

3. Vecteurs coplanaires :

Définition :

On dit que des vecteurs sont coplanaires si et seulement si leurs représentants de même origine A ont leurs extrémités dans un même plan passant par A.

Propriétés :

- Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires s'il existe trois réels α, β et γ non tous nuls tels que : $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w} = \vec{0}$.

- Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires si et seulement si l'égalité :
$\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w} = \vec{0}$ implique que $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

Remarques :

- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, il suffit en fait de montrer qu'il existe deux réels a et b tels que ………………… pour montrer la coplanarité des trois vecteurs.
- Deux vecteurs sont toujours …………………….

Théorème :

Quatre points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si ….

…………………………………………………….

Propriété et définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur de l'espace et $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires.

Alors il existe un unique triplet de réels x, y et z tels que

$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ sont les ………………………………. dans la base $\left(\vec{i}\,, \vec{j}\,, \vec{k}\,\right)$.

Remarques :

- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, il suffit en fait de montrer qu'il existe deux réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ pour montrer la coplanarité des trois vecteurs.
- Deux vecteurs sont toujours ……………………

Théorème :

Quatre points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si ….

…………………………………………………………

Propriété et définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur de l'espace et $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires.

Alors il existe un unique triplet de réels x, y et z tels que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ sont les ……………………………… dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Remarques :

- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, il suffit en fait de montrer qu'il existe deux réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ pour montrer la coplanarité des trois vecteurs.
- Deux vecteurs sont toujours coplanaires.

Théorème :

Quatre points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si ....

....

Propriété et définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur de l'espace et $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires.

Alors il existe un unique triplet de réels x, y et z tels que

$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ sont les .... dans la base $(\vec{i}\,, \vec{j}\,, \vec{k}\,)$.

Remarques :

- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, il suffit en fait de montrer qu'il existe deux réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ pour montrer la coplanarité des trois vecteurs.
- Deux vecteurs sont toujours coplanaires.

Théorème :

Quatre points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.

Propriété et définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur de l'espace et $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires.

Alors il existe un unique triplet de réels x, y et z tels que

$\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$.

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ sont les .... dans la base $(\vec{\imath}\,, \vec{\jmath}\,, \vec{k}\,)$.

Remarques :

- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, il suffit en fait de montrer qu'il existe deux réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ pour montrer la coplanarité des trois vecteurs.
- Deux vecteurs sont toujours coplanaires.

Théorème :

Quatre points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.

Propriété et définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur de l'espace et $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires.

Alors il existe un unique triplet de réels x, y et z tels que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

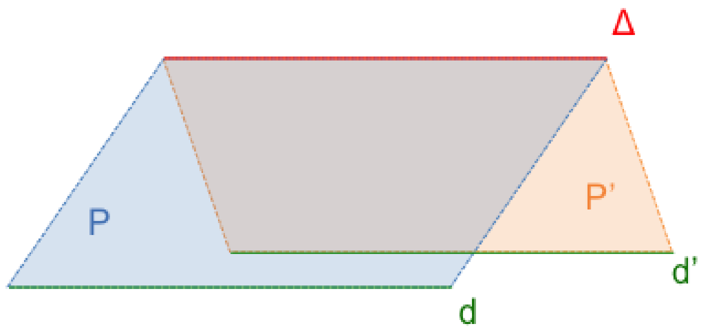
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ sont les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $\left(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

4. Application : démonstration du théorème du toit.

Rappel du théorème :

On considère deux plans P et P’
ayant pour intersection la droite Δ.

On considère également deux
droites d et d’, telles que :
d est contenue dans P ;
d’ est contenue dans P’ ;
d et d’ sont parallèles entre elles.



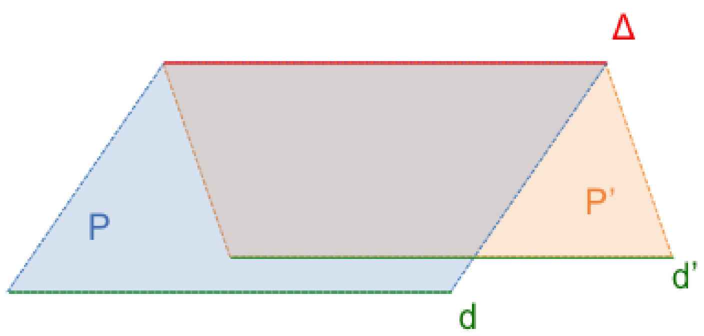
Alors ……………………………………

……………………………………………………

4. Application : démonstration du théorème du toit.

Rappel du théorème :

On considère deux plans P et P’ ayant pour intersection la droite Δ.



On considère également deux droites d et d’, telles que :

d est contenue dans P ;

d’ est contenue dans P’ ;

d et d’ sont parallèles entre elles.

Alors les droites d et d’ sont également parallèles à la droite Δ.

Démonstration :

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\ ,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\ ,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont ....
....
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont .... Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que ....
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont .... Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que ....
Ainsi, ...
Donc ....
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
....
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ....
....

Démonstration :

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\ ,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\ ,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P' sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont ………………… Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que ……………………..
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont ………………… Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que ………………………………..
Ainsi, ……………………………..
Donc ……………………………………..
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que …………………………………………
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ………………………………………………………… …………………………

Démonstration :

d et d’ sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d’, et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d’ seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\,,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\,,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P’. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P’ sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que ……………………..
De même, la droite Δ est contenue dans P’, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont ………………… Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que ……………………………….
Ainsi, ……………………………..
Donc ……………………………………..
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que ………………………………………….
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ………………………………………………………………. …………………………

<u>Démonstration :</u>

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\ ,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\ ,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P' sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que $\vec{w} = x_1\vec{u} + y_1\vec{v}$.
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont ………………… Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que ……………………………….
Ainsi, …………………………….
Donc ……………………………………..
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
…………………………………………
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien …………………………………………………………….
…………………………

Démonstration :

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\,,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\,,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P' sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que $\vec{w} = x_1\vec{u} + y_1\vec{v}$.
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que ………………………………
Ainsi, ……………………………
Donc ……………………………………
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
…………………………………………
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ……………………………………………………………
…………………………

<u>Démonstration :</u>

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\ ,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\ ,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P' sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que $\vec{w} = x_1\vec{u} + y_1\vec{v}$.
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que $\vec{w} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Ainsi, …………………………
Donc ……………………………………..
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
…………………………………………
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ……………………………………………………………….
…………………………

Démonstration :

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\ ,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\ ,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P' sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que $\vec{w} = x_1\vec{u} + y_1\vec{v}$.
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que $\vec{w} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Ainsi, $x_1\vec{u} + y_1\vec{v} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Donc ……………………………………….
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
…………………………………………
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ……………………………………………………………….
…………………………

<u>Démonstration :</u>

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\ ,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\ ,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P' sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que $\vec{w} = x_1\vec{u} + y_1\vec{v}$.
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que $\vec{w} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Ainsi, $x_1\vec{u} + y_1\vec{v} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Donc $(x_1 - x_2)\vec{u} = y_2\overrightarrow{v'} - y_1\vec{v}$.
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
…………………………………………
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ………………………………………………………………….
…………………………

Démonstration :

d et d’ sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d’, et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d’ seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\,,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\,,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P’. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P’ sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que $\vec{w} = x_1\vec{u} + y_1\vec{v}$.
De même, la droite Δ est contenue dans P’, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que $\vec{w} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Ainsi, $x_1\vec{u} + y_1\vec{v} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Donc $(x_1 - x_2)\vec{u} = y_2\overrightarrow{v'} - y_1\vec{v}$.
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
$x_1 - x_2 = y_1 = y_2 = 0.$
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien ……………………………………………………………………
…………………………

Démonstration :

d et d' sont parallèles : on note $\vec{u}$ un vecteur directeur de d et de d', et $\vec{w}$ un vecteur directeur de Δ.
On veut montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (et donc par suite, d et d' seront bien parallèles à Δ).
Notons $(\vec{u}\,,\ \vec{v})$ un couple de vecteurs directeurs du plan P, et $\left(\vec{u}\,,\ \overrightarrow{v'}\right)$ un couple de vecteurs directeurs du plan P'. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont non coplanaires (puisque les plans P et P' sont sécants).
La droite Δ est contenue dans P, donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_1 et y_1 tels que $\vec{w} = x_1\vec{u} + y_1\vec{v}$.
De même, la droite Δ est contenue dans P', donc $\vec{w}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{v'}$ sont coplanaires. Ainsi il existe des réels x_2 et y_2 tels que $\vec{w} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Ainsi, $x_1\vec{u} + y_1\vec{v} = x_2\vec{u} + y_2\overrightarrow{v'}$.
Donc $(x_1 - x_2)\vec{u} = y_2\overrightarrow{v'} - y_1\vec{v}$.
Comme les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{v'}$ ne sont pas coplanaires, on a forcément que
$x_1 - x_2 = y_1 = y_2 = 0$.
Ainsi $\vec{w} = x_1\vec{u}$, et donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont bien colinéaires, ce qui prouve que d et d' sont bien parallèles à Δ.

V. Repérage dans l'espace.

1. Repères de l'espace :

Définition :

Si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs non coplanaires et O un point fixe, alors on munit l'espace du repère $\left(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath}\ ,\vec{k}\ \right)$.

D'après la définition des coordonnées d'un vecteur, il existe un unique triplet $(x\ ;\ y\ ;\ z)$tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$.

x est l'………….. du point M, y est l' ………….. du point M et z est ……….

On dit que le repère est orthonormé si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs deux à deux orthogonaux et de même norme

$\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \left\|\vec{k}\right\| = 1.$

V. Repérage dans l'espace.

1. Repères de l'espace :

Définition :

Si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs non coplanaires et O un point fixe, alors on munit l'espace du repère $\left(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath}\ ,\vec{k}\ \right)$.

D'après la définition des coordonnées d'un vecteur, il existe un unique triplet $(x\ ;\ y\ ;\ z)$tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$.

x est l'abscisse du point M, y est l' …………… du point M et z est ………..

On dit que le repère est orthonormé si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs deux à deux orthogonaux et de même norme $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \left\|\vec{k}\right\| = 1$.

V. Repérage dans l'espace.

1. Repères de l'espace :

Définition :

Si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs non coplanaires et O un point fixe, alors on munit l'espace du repère $\left(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath}\ ,\vec{k}\ \right)$.

D'après la définition des coordonnées d'un vecteur, il existe un unique triplet $(x\ ;\ y\ ;\ z)$tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$.

x est l'abscisse du point M, y est l'ordonnée du point M et z est ……….

On dit que le repère est orthonormé si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs deux à deux orthogonaux et de même norme

$\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \left\|\vec{k}\right\| = 1.$

V. Repérage dans l'espace.

1. Repères de l'espace :

Définition :

Si $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs non coplanaires et O un point fixe, alors on munit l'espace du repère $\left(O , \vec{i} , \vec{j} , \vec{k}\right)$.

D'après la définition des coordonnées d'un vecteur, il existe un unique triplet $(x\ ;\ y\ ;\ z)$tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

x est l'abscisse du point M, y est l'ordonnée du point M et z est la cote.

On dit que le repère est orthonormé si $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs deux à deux orthogonaux et de même norme $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \left\|\vec{k}\right\| = 1$.

2. Colinéarité et alignement dans l'espace :

Théorèmes :

• Deux vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k tel que …………., c'est-à-dire tel que $\begin{cases} \dots \dots \dots \dots. \\ \dots \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots \dots. \end{cases}$

• Si $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \dots \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots \dots \end{pmatrix}.$$

• Trois points A, B et C distincts de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que ……………..

2. Colinéarité et alignement dans l'espace :

Théorèmes :

• Deux vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$, c'est-à-dire tel que $\begin{cases}\dots\dots\dots\dots.\\ \dots\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\dots.\end{cases}$

• Si $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\dots\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\dots\end{pmatrix}.$$

• Trois points A, B et C distincts de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que ……………..

2. Colinéarité et alignement dans l'espace :

Théorèmes :

• Deux vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$, c'est-à-dire tel que $\begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \\ z = kz' \end{cases}$.

• Si $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots \end{pmatrix}.$$

• Trois points A, B et C distincts de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que ....

2. Colinéarité et alignement dans l'espace :

Théorèmes :

• Deux vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$, c'est-à-dire tel que $\begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \\ z = kz' \end{cases}$.

• Si $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}.$$

• Trois points A, B et C distincts de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que ………………

2. Colinéarité et alignement dans l'espace :

Théorèmes :

- Deux vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$, c'est-à-dire tel que $\begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \\ z = kz' \end{cases}$.
- Si $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}.$$

- Trois points A, B et C distincts de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

3. Milieu, distance :

Théorèmes :

• Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :
$I(\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.\ )$.

Dans un repère orthonormé :
• La norme du vecteur $\vec{u}$ est $\|\vec{u}\| =\ \dots\dots\dots\dots$

• La distance $AB =\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.$

3. Milieu, distance :

Théorèmes :

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\ ;\ \frac{z_A+z_B}{2}\right)$.

Dans un repère orthonormé :

- La norme du vecteur $\vec{u}$ est $\|\vec{u}\| = \ \dots\dots\dots\dots$

- La distance $AB = \ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.$

3. Milieu, distance :

Théorèmes :

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\ ;\ \frac{z_A+z_B}{2}\right)$.

Dans un repère orthonormé :

- La norme du vecteur $\vec{u}$ est $||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

- La distance $AB =$ … … … … … … … … … … … … … … … … … ….

3. Milieu, distance :

Théorèmes :

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\ ;\ \frac{z_A+z_B}{2}\right)$.

Dans un repère orthonormé :

- La norme du vecteur $\vec{u}$ est $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

- La distance $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+\ (y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$.

VI. Représentations paramétriques.

1. Représentations paramétriques d'une droite :

Théorème :

$M(x\,;y\,;z)$ appartient à la droite Δ passant par $A(x_A\,;\ y_A\,;\ z_A)$ et de vecteur directeur non nul $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ si et seulement si il existe un réel t tel que :

$$\begin{cases} x = \ \dots\dots\dots. \\ y = \ \dots\dots\dots. \\ z = \ \dots\dots\dots. \end{cases}$$

VI. Représentations paramétriques.

1. Représentations paramétriques d'une droite :

Théorème :

$M(x\,;y\,;z)$ appartient à la droite Δ passant par $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et de vecteur directeur non nul $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ si et seulement si il existe un réel t tel que :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}.$$

Preuve :

$M \in \Delta$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel t tel que ……………, ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} \dots \dots \dots \dots \dots . \\ \dots \dots \dots \dots \dots . \\ \dots \dots \dots \dots \dots . \end{cases}$$

Preuve :

$M \in \Delta$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel t tel que $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$, ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots. \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots. \end{cases}.$$

Preuve :

$M \in \Delta$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel t tel que $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$, ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} x - x_A = at \\ y - y_A = bt \\ z - z_A = ct \end{cases}.$$

Définition :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$$, $t \in \mathbb{R}$ est appelé …………………………………………………………
…………………….

Remarques :

- Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend …………………… ……………………………………………………….
- Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de ……………… ……………………………………………………………………

Définition :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$$, $t \in \mathbb{R}$ est appelé **représentation paramétrique** de la droite Δ.

Remarques :

- Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend ……………………
………………………………………………….

- Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de ……………….
………………………………………………………………….

Définition :

$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ est appelé **représentation paramétrique** de la droite Δ.

Remarques :

- Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend du choix du point A et du vecteur directeur $\vec{u}$.

- Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de ………………. ……………………………………………………………….

Définition :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$$, $t \in \mathbb{R}$ est appelé **représentation paramétrique** de la droite Δ.

Remarques :

- Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend du choix du point A et du vecteur directeur $\vec{u}$.

- Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de la demi-droite d'origine A et de même sens que $\vec{u}$.

2. Représentations paramétriques d'un plan :

Théorème :

$M(x\,;y\,;z)$ appartient au plan P passant par $A(x_A\,;\ y_A\,;\ z_A)$ et de vecteurs directeurs non colinéaires $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a'\\b'\\c'\end{pmatrix}$ si et seulement si il existe un couple de réels t et t' tels que :

$$\begin{cases} x = & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y = & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ z = & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

2. Représentations paramétriques d'un plan :

Théorème :

$M(x\,;y\,;z)$ appartient au plan P passant par $A(x_A\,;\ y_A\,;\ z_A)$ et de vecteurs directeurs non colinéaires $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ si et seulement si il existe un couple de réels t et t' tels que :

$$\begin{cases} x = at + a't' + x_A \\ y = bt + b't' + y_A \\ z = ct + c't' + z_A \end{cases}.$$

Définition :

$$\begin{cases} x = at + a't' + x_A \\ y = bt + b't' + y_A \\ z = ct + c't' + z_A \end{cases}$$

, t et $t' \in \mathbb{R}$ est appelé ....

Remarque :

Il existe plusieurs représentations paramétriques pour un même plan : chaque représentation dépend ....
....

Définition :

$$\begin{cases} x = at + a't' + x_A \\ y = bt + b't' + y_A \\ z = ct + c't' + z_A \end{cases}$$

, t et $t' \in \mathbb{R}$ est appelé **représentation paramétrique** du plan P.

Remarque :

Il existe plusieurs représentations paramétriques pour un même plan : chaque représentation dépend ………………… ……………………………………………

Définition :

$$\begin{cases} x = at + a't' + x_A \\ y = bt + b't' + y_A \\ z = ct + c't' + z_A \end{cases}$$

, t et $t' \in \mathbb{R}$ est appelé **représentation paramétrique** du plan P.

Remarque :

Il existe plusieurs représentations paramétriques pour un même plan : chaque représentation dépend du choix du point A et des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.