Correction DS 4

Mathématiques Term S

2018-2019

1) $f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$ Montrer que f est impaire et périodique

$$f(-x) = \sin(-2x)(1 + \cos(-x))$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$
Montrer que f est impaire et périodique

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \end{aligned}$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$ Montrer que f est impaire et périodique

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \end{aligned}$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$
Montrer que f est impaire et périodique

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$
Montrer que f est impaire et périodique

$$
\begin{aligned}
f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\
&= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\
&= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \\
&= -f(x)
\end{aligned}
$$

Ainsi f est impaire.

1) $f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$ Montrer que f est impaire et périodique

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

Ainsi f est impaire.

$$f(x+2\pi) = \sin(2(x+2\pi))(1+\cos(x+2\pi))$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$ Montrer que f est impaire et périodique

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

Ainsi f est impaire.

$$\begin{aligned} f(x+2\pi) &= \sin(2(x+2\pi))(1+\cos(x+2\pi)) \\ &= -\sin(2x+4\pi)(1+\cos(x)) \text{ car cos est } 2\pi\text{-périodique} \end{aligned}$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$ Montrer que f est impaire et périodique

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

Ainsi f est impaire.

$$\begin{aligned} f(x+2\pi) &= \sin(2(x+2\pi))(1+\cos(x+2\pi)) \\ &= -\sin(2x+4\pi)(1+\cos(x)) \text{ car cos est } 2\pi\text{-périodique} \\ &= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car sin est } 2\pi\text{-périodique} \end{aligned}$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$ Montrer que f est impaire et périodique

$$\begin{aligned}
f(-x) &= \sin(-2x)(1 + \cos(-x)) \\
&= -\sin(2x)(1 + \cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\
&= -\sin(2x)(1 + \cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \\
&= -f(x)
\end{aligned}$$

Ainsi f est impaire.

$$\begin{aligned}
f(x + 2\pi) &= \sin(2(x + 2\pi))(1 + \cos(x + 2\pi)) \\
&= -\sin(2x + 4\pi)(1 + \cos(x)) \text{ car cos est } 2\pi\text{-périodique} \\
&= -\sin(2x)(1 + \cos(x)) \text{ car sin est } 2\pi\text{-périodique} \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

1) $f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$ Montrer que f est impaire et périodique

$$
\begin{aligned}
f(-x) &= \sin(-2x)(1+\cos(-x)) \\
&= -\sin(2x)(1+\cos(-x)) \text{ car la fonction sin est impaire} \\
&= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car la fonction cos est impaire} \\
&= -f(x)
\end{aligned}
$$

Ainsi f est impaire.

$$
\begin{aligned}
f(x+2\pi) &= \sin(2(x+2\pi))(1+\cos(x+2\pi)) \\
&= -\sin(2x+4\pi)(1+\cos(x)) \text{ car cos est } 2\pi\text{-périodique} \\
&= -\sin(2x)(1+\cos(x)) \text{ car sin est } 2\pi\text{-périodique} \\
&= f(x)
\end{aligned}
$$

Ainsi f est impaire.

$2)f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$ Calculer la dérivée de f sur $[0, \pi]$

$$f = uv \Longrightarrow f' =$$

$2) f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$
Calculer la dérivée de f sur $[0, \pi]$

$f = uv \Longrightarrow f' = u'v + uv'$ avec

$\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

$2)f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$
Calculer la dérivée de f sur $[0, \pi]$

$f = uv \Longrightarrow f' = u'v + uv'$ avec

$$\begin{cases} u(x) = \sin(2x) \\ v(x) = 1 + \cos x \end{cases} \Longrightarrow$$

$2) f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$
Calculer la dérivée de f sur $[0, \pi]$

$f = uv \Longrightarrow f' = u'v + uv'$ avec

$$\begin{cases} u(x) = \sin(2x) \\ v(x) = 1 + \cos x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u'(x) = 2\cos(2x) \\ v'(x) = -\sin x \end{cases}$$

$f'(x) =$

$2) f(x) = \sin(2x)(1 + \cos x)$

Calculer la dérivée de f sur $[0, \pi]$

$f = uv \Longrightarrow f' = u'v + uv'$ avec

$$\begin{cases} u(x) = \sin(2x) \\ v(x) = 1 + \cos x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u'(x) = 2\cos(2x) \\ v'(x) = -\sin x \end{cases}$$

$f'(x) = 2\cos(2x)(1 + \cos x) + \sin(2x) \times (-\sin x) =$

$2)f(x) = \sin(2x)(1+\cos x)$
Calculer la dérivée de f sur $[0,\pi]$

$f = uv \implies f' = u'v + uv'$ avec

$$\begin{cases} u(x) = \sin(2x) \\ v(x) = 1+\cos x \end{cases} \implies \begin{cases} u'(x) = 2\cos(2x) \\ v'(x) = -\sin x \end{cases}$$

$f'(x) = 2\cos(2x)(1+\cos x) + \sin(2x)\times(-\sin x) =$
$2\cos(2x) + 2\cos(2x)\cos x - \sin(2x)\sin x$

Soit a un nombre réel tel que $-1 < a < 0$.
On considère la suite u définie par $u_0 = a$, et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n^2 + u_n.$$

1) Étudier la monotonie de la suite u.

Soit a un nombre réel tel que $-1 < a < 0$.
On considère la suite u définie par $u_0 = a$, et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n^2 + u_n.$$

1) Étudier la monotonie de la suite u.
$u_{n+1} - u_n =$

Soit a un nombre réel tel que $-1 < a < 0$.
On considère la suite u définie par $u_0 = a$, et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n^2 + u_n.$$

1) Étudier la monotonie de la suite u.
$u_{n+1} - u_n = u_n^2$

Soit a un nombre réel tel que $-1 < a < 0$.
On considère la suite u définie par $u_0 = a$, et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n^2 + u_n.$$

1) Étudier la monotonie de la suite u.
$u_{n+1} - u_n = u_n^2 \geqslant 0$: la suite est donc

Soit a un nombre réel tel que $-1 < a < 0$.
On considère la suite u définie par $u_0 = a$, et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n^2 + u_n.$$

1) Étudier la monotonie de la suite u.
$u_{n+1} - u_n = u_n^2 \geqslant 0$: la suite est donc croissante.

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$.
Étudier le sens de variations de la fonction h.
En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$.
Étudier le sens de variations de la fonction h.
En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) =$

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$.
Étudier le sens de variations de la fonction h.
En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) = 2x + 1$.

Sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$, $h'(x)$

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$.
Étudier le sens de variations de la fonction h.
En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) = 2x + 1$.

Sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$, $h'(x) < 0 \Rightarrow h$

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$.
Étudier le sens de variations de la fonction h.
En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) = 2x + 1$.

Sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$, $h'(x) < 0 \Rightarrow h$ est décroissante ;

Sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$, $h'(x) > 0 \Rightarrow$

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$. Étudier le sens de variations de la fonction h. En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) = 2x + 1$.

Sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$, $h'(x) < 0 \Rightarrow h$ est décroissante ;

Sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$, $h'(x) > 0 \Rightarrow h$ est croissante.

$h'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$. La fonction admet en ce point un extremum

qui est un

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$.
Étudier le sens de variations de la fonction h.
En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) = 2x + 1$.

Sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$, $h'(x) < 0 \Rightarrow h$ est décroissante ;

Sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$, $h'(x) > 0 \Rightarrow h$ est croissante.

$h'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$. La fonction admet en ce point un extremum qui est un minimum $h\left(-\dfrac{1}{2}\right) =$

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$. Étudier le sens de variations de la fonction h. En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) = 2x + 1$.

Sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$, $h'(x) < 0 \Rightarrow h$ est décroissante ;

Sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$, $h'(x) > 0 \Rightarrow h$ est croissante.

$h'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$. La fonction admet en ce point un extremum

qui est un minimum $h\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} =$

2) a)Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$.
Étudier le sens de variations de la fonction h.
En déduire que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$, le nombre $h(x)$ appartient aussi à l'intervalle $]-1\ ;\ 0[$.

$h(x) = x^2 + x$; h est dérivable et $h'(x) = 2x + 1$.

Sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$, $h'(x) < 0 \Rightarrow h$ est décroissante ;

Sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$, $h'(x) > 0 \Rightarrow h$ est croissante.

$h'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$. La fonction admet en ce point un extremum qui est un minimum $h\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{4}$.

Sur $\left]-1\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$ la fonction décroit de 0 à $-\dfrac{1}{4}$

Sur $\left]-1\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$ la fonction décroit de 0 à $-\dfrac{1}{4}$ et sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right[$, la fonction croit de $-\dfrac{1}{4}$ à 0.

Sur $\left]-1\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$ la fonction décroit de 0 à $-\dfrac{1}{4}$ et sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right[$, la fonction croit de $-\dfrac{1}{4}$ à 0.

Conclusion : si $x \in]-1\ ;\ 0[$, alors

Sur $\left]-1\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$ la fonction décroit de 0 à $-\dfrac{1}{4}$ et sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right[$, la fonction croit de $-\dfrac{1}{4}$ à 0.

Conclusion : si $x \in]-1\ ;\ 0[$, alors $-1 < -\dfrac{1}{4} < h(x) < 0$.

2. b) Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $-1 < u_n < 0$.

2. b) Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $-1 < u_n < 0$.

Par récurrence :

- *Initialisation* : on a $-1 < a = u_0 < 0$. L'encadrement est vrai au rang 0.

2. b) Démontrer que pour tout entier naturel n on a :
$-1 < u_n < 0$.

Par récurrence :

- *Initialisation* : on a $-1 < a = u_0 < 0$. L'encadrement est vrai au rang 0.
- *Hérédité* : soit un naturel n et supposons que $-1 < u_n < 0$.

2. b) Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $-1 < u_n < 0$.

Par récurrence :

- *Initialisation* : on a $-1 < a = u_0 < 0$. L'encadrement est vrai au rang 0.
- *Hérédité* : soit un naturel n et supposons que $-1 < u_n < 0$.
  D'après la question précédente si $u_n \in [-1\ ;\ 0[$, alors $u_{n+1} = h(u_n)$ appartient elle aussi à cet intervalle.

2. b) Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $-1 < u_n < 0$.

Par récurrence :

- *Initialisation* : on a $-1 < a = u_0 < 0$. L'encadrement est vrai au rang 0.
- *Hérédité* : soit un naturel n et supposons que $-1 < u_n < 0$.
  D'après la question précédente si $u_n \in [-1\ ;\ 0[$, alors $u_{n+1} = h(u_n)$ appartient elle aussi à cet intervalle.
  L'encadrement est vrai au rang $n+1$.

2. b) Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $-1 < u_n < 0$.

Par récurrence :

- *Initialisation* : on a $-1 < a = u_0 < 0$. L'encadrement est vrai au rang 0.
- *Hérédité* : soit un naturel n et supposons que $-1 < u_n < 0$.
  D'après la question précédente si $u_n \in [-1\ ;\ 0[$, alors $u_{n+1} = h(u_n)$ appartient elle aussi à cet intervalle.
  L'encadrement est vrai au rang $n+1$.

Conclusion : l'encadrement est vrai au rang 0 et s'il est vrai au rang n, il est vrai au rang $n+1$: on a montré par le principe de la récurrence que pour tout naturel n, $-1 < u_n < 0$.

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 :

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 : elle est donc convergente

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 : elle est donc convergente et sa limite ℓ est telle que $\ell \leqslant 0$.

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 : elle est donc convergente et sa limite ℓ est telle que $\ell \leqslant 0$.
La relation $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$ donne à la limite

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 : elle est donc convergente et sa limite ℓ est telle que $\ell \leqslant 0$.

La relation $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$ donne à la limite

$\ell = \ell^2 + \ell \iff$

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 : elle est donc convergente et sa limite ℓ est telle que $\ell \leqslant 0$.

La relation $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$ donne à la limite

$\ell = \ell^2 + \ell \iff \ell^2 = 0 \iff$

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 : elle est donc convergente et sa limite ℓ est telle que $\ell \leqslant 0$.

La relation $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$ donne à la limite
$\ell = \ell^2 + \ell \iff \ell^2 = 0 \iff \ell = 0.$

Étudier la convergence de la suite u. Déterminer, si elle existe, sa limite.

La suite u est croissante et majorée par 0 : elle est donc convergente et sa limite ℓ est telle que $\ell \leqslant 0$.

La relation $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$ donne à la limite

$\ell = \ell^2 + \ell \iff \ell^2 = 0 \iff \ell = 0$.

Conclusion : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$.

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels.

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\,y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.
$\overline{z} = -z \iff$

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.

$\overline{z} = -z \iff x - \mathrm{i}y = -(x + \mathrm{i}y) \iff$

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.

$\overline{z} = -z \iff x - \mathrm{i}y = -(x + \mathrm{i}y) \iff x - \mathrm{i}y = -x - \mathrm{i}y \iff$

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.

$\overline{z} = -z \iff x - \mathrm{i}y = -(x + \mathrm{i}y) \iff x - \mathrm{i}y = -x - \mathrm{i}y \iff 2x = 0 \iff$

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.

$\overline{z} = -z \iff x - \mathrm{i}y = -(x + \mathrm{i}y) \iff x - \mathrm{i}y = -x - \mathrm{i}y \iff 2x = 0 \iff x = 0$

$\iff$

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.

$\overline{z} = -z \iff x - \mathrm{i}y = -(x + \mathrm{i}y) \iff x - \mathrm{i}y = -x - \mathrm{i}y \iff 2x = 0 \iff x = 0$
$\iff \mathrm{Re}(z) = 0 \iff$

I. 1. Démontrer qu'un nombre complexe z est imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.

On pose $z = x + \mathrm{i}\, y$ avec x et y réels. Alors $\mathrm{Re}(z) = x$ et $\mathrm{Im}(z) = y$.
$\overline{z} = -z \iff x - \mathrm{i}y = -(x + \mathrm{i}y) \iff x - \mathrm{i}y = -x - \mathrm{i}y \iff 2x = 0 \iff x = 0$
$\iff \mathrm{Re}(z) = 0 \iff z \in \mathrm{i}\mathbb{R}$ où $\mathrm{i}\mathbb{R}$ désigne l'ensemble des imaginaires purs.

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ d'où $|z|^2 = x^2 + y^2$.

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ d'où $|z|^2 = x^2 + y^2$.
De plus,
$z\,\overline{z} =$

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ d'où $|z|^2 = x^2 + y^2$.
De plus,
$z\,\overline{z} = (x + \mathrm{i}y)(x - \mathrm{i}y) =$

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ d'où $|z|^2 = x^2 + y^2$.
De plus,
$z\,\overline{z} = (x + \mathrm{i}y)(x - \mathrm{i}y) = x^2 - (\mathrm{i}y)^2 =$

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ d'où $|z|^2 = x^2 + y^2$.
De plus,
$z\,\overline{z} = (x + \mathrm{i}y)(x - \mathrm{i}y) = x^2 - (\mathrm{i}y)^2 = x^2 - \mathrm{i}^2y^2 =$

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ d'où $|z|^2 = x^2 + y^2$.
De plus,
$z\,\overline{z} = (x + \mathrm{i}y)(x - \mathrm{i}y) = x^2 - (\mathrm{i}y)^2 = x^2 - \mathrm{i}^2y^2 = x^2 + y^2$.

I. 2. Démontrer que pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z\overline{z} = |z|^2$.

Par définition, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ d'où $|z|^2 = x^2 + y^2$.
De plus,
$z\,\overline{z} = (x + \mathrm{i}y)(x - \mathrm{i}y) = x^2 - (\mathrm{i}y)^2 = x^2 - \mathrm{i}^2y^2 = x^2 + y^2$.
Par conséquent $z\,\overline{z} = |z|^2$.

II. On pose : $a = 3 + \mathrm{i}$, $b = -1 + 3\mathrm{i}$, $c = -\sqrt{5} - \mathrm{i}\sqrt{5}$.
1. Vérifier que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

$$OA = |a| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

II. On pose : $a = 3 + \mathrm{i}$, $\quad b = -1 + 3\mathrm{i}$, $c = -\sqrt{5} - \mathrm{i}\sqrt{5}$.

1. Vérifier que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

$$OA = |a| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$
$$OB = |b| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

II. On pose : $a = 3 + \mathrm{i}$, $b = -1 + 3\mathrm{i}$, $c = -\sqrt{5} - \mathrm{i}\sqrt{5}$.

1. Vérifier que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

$$
\begin{aligned}
OA &= |a| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \\
OB &= |b| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10} \\
OC &= |c| = \sqrt{5 + 5} = \sqrt{10}.
\end{aligned}
$$

II. On pose : $a = 3 + \mathrm{i}$, $\quad b = -1 + 3\mathrm{i}$, $c = -\sqrt{5} - \mathrm{i}\sqrt{5}$.

1. Vérifier que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

$OA = |a| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$
$OB = |b| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$
$OC = |c| = \sqrt{5 + 5} = \sqrt{10}$.
Donc $OA = OB = OC$

II. On pose : $a = 3 + \mathrm{i}$, $b = -1 + 3\mathrm{i}$, $c = -\sqrt{5} - \mathrm{i}\sqrt{5}$.

1. Vérifier que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

$$OA = |a| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$
$$OB = |b| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$
$$OC = |c| = \sqrt{5 + 5} = \sqrt{10}.$$

Donc $OA = OB = OC$ ce qui signifie que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

II. 2. Placer les points A, B, C et le point H d'affixe $a + b + c$, puis vérifier graphiquement que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

II. 2. Placer les points A, B, C et le point H d'affixe $a+b+c$, puis vérifier graphiquement que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

Le point H a pour affixe $h = (2-\sqrt{5})+(4-\sqrt{5})i$.

II. 2. Placer les points A, B, C et le point H d'affixe $a+b+c$, puis vérifier graphiquement que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

Le point H a pour affixe $h = (2-\sqrt{5}) + (4-\sqrt{5})i$.

Les points A et B se placent aisément. Le point C appartient au cercle de centre O, de rayon OA et à la droite d'équation réduite $y = x$.

II. 2. Placer les points A, B, C et le point H d'affixe $a+b+c$, puis vérifier graphiquement que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

Le point H a pour affixe $h = (2-\sqrt{5}) + (4-\sqrt{5})i$.
Les points A et B se placent aisément. Le point C appartient au cercle de centre O, de rayon OA et à la droite d'équation réduite $y = x$.
Pour placer le point H, on utilise la calculatrice et on obtient
$h \approx -0,24 + i \times 1,76$.

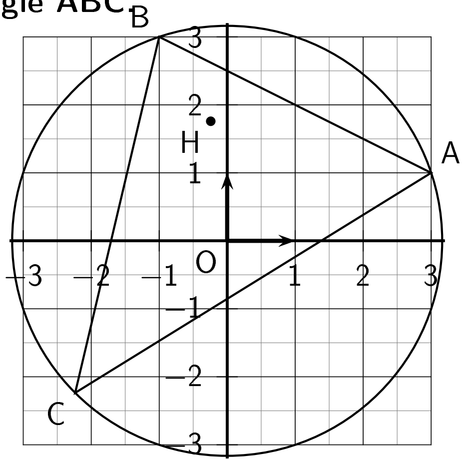
II. 2. Placer les points A, B, C et le point H d'affixe $a + b + c$, puis vérifier graphiquement que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

Le point H a pour affixe $h = (2 - \sqrt{5}) + (4 - \sqrt{5})i$.

Les points A et B se placent aisément. Le point C appartient au cercle de centre O, de rayon OA et à la droite d'équation réduite $y = x$.

Pour placer le point H, on utilise la calculatrice et on obtient

$h \approx -0,24 + i \times 1,76$.



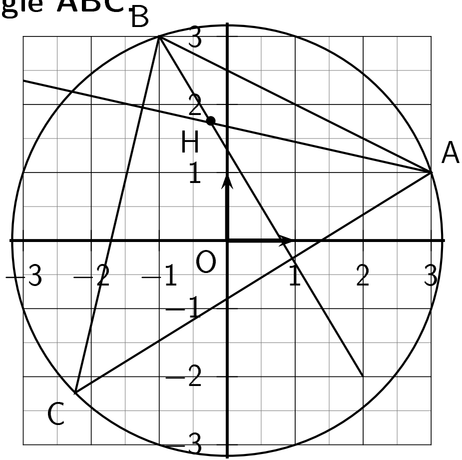
II. 2. Placer les points A, B, C et le point H d'affixe $a+b+c$, puis vérifier graphiquement que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

Le point H a pour affixe $h = (2-\sqrt{5}) + (4-\sqrt{5})i$.

Les points A et B se placent aisément. Le point C appartient au cercle de centre O, de rayon OA et à la droite d'équation réduite $y = x$.

Pour placer le point H, on utilise la calculatrice et on obtient

$h \approx -0,24 + i \times 1,76$.



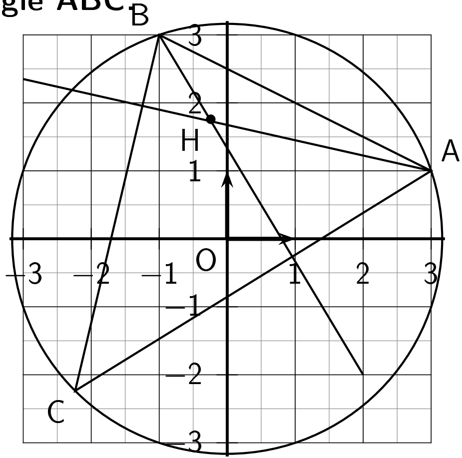
II. 2. Placer les points A, B, C et le point H d'affixe $a+b+c$, puis vérifier graphiquement que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

Le point H a pour affixe $h = (2-\sqrt{5}) + (4-\sqrt{5})i$.

Les points A et B se placent aisément. Le point C appartient au cercle de centre O, de rayon OA et à la droite d'équation réduite $y = x$.

Pour placer le point H, on utilise la calculatrice et on obtient

$h \approx -0,24 + i \times 1,76$.



On « voit » que H est l'orthocentre de ABC

III. 1. Justifier le fait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC si et seulement si : $a\bar{a} = b\bar{b} = c\bar{c}$

O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

III. 1. Justifier le fait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC si et seulement si : $a\bar{a} = b\bar{b} = c\bar{c}$

O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC
ssi $OA = OB = OC$

III. 1. Justifier le fait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC si et seulement si : $a\bar{a} = b\bar{b} = c\bar{c}$

O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC
ssi $OA = OB = OC$ ssi $OA^2 = OB^2 = OC^2$

III. 1. Justifier le fait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC si et seulement si : $a\bar{a} = b\bar{b} = c\bar{c}$

O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC
ssi $OA = OB = OC$ ssi $OA^2 = OB^2 = OC^2$
ssi $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2$

III. 1. Justifier le fait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC si et seulement si : $a\bar{a} = b\bar{b} = c\bar{c}$

O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC
ssi $OA = OB = OC$ ssi $OA^2 = OB^2 = OC^2$
ssi $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2$
ssi $a\,\overline{a} = b\,\overline{b} = c\,\overline{c}$ (d'après le résultat établi en I-3.)

2. On pose $w = \bar{b}c - b\bar{c}$

a. En utilisant la caractérisation d'un nombre imaginaire pur établie dans le I., démontrer que w est imaginaire pur.

En utilisant les propriétés de la conjugaison (pour tous complexes z et z', $\overline{z - z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$ et $\overline{\overline{z}} = z$), on obtient :

2. On pose $w = \bar{b}c - b\bar{c}$
a. En utilisant la caractérisation d'un nombre imaginaire pur établie dans le l., démontrer que w est imaginaire pur.

En utilisant les propriétés de la conjugaison (pour tous complexes z et z', $\overline{z - z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$ et $\overline{\overline{z}} = z$), on obtient :
$\overline{w} = \overline{\overline{b}\,c - b\,\overline{c}} =$

2. On pose $w = \bar{b}c - b\bar{c}$
a. En utilisant la caractérisation d'un nombre imaginaire pur établie dans le I., démontrer que w est imaginaire pur.

En utilisant les propriétés de la conjugaison (pour tous complexes z et z', $\overline{z - z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$ et $\overline{\overline{z}} = z$), on obtient :

$\overline{w} = \overline{\overline{b}\,c - b\,\overline{c}} = \overline{\overline{b}}\,\overline{c} - \overline{b}\,\overline{\overline{c}} =$

2. On pose $w = \bar{b}c - b\bar{c}$
a. En utilisant la caractérisation d'un nombre imaginaire pur établie dans le I., démontrer que w est imaginaire pur.

En utilisant les propriétés de la conjugaison (pour tous complexes z et z', $\overline{z - z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$ et $\overline{\overline{z}} = z$), on obtient :

$\overline{w} = \overline{\bar{b}\,c - b\,\bar{c}} = \overline{\bar{b}}\,\overline{c} - \overline{b}\,\overline{\bar{c}} = b\,\overline{c} - \overline{b}\,c =$

2. On pose $w = \overline{b}c - b\overline{c}$

a. En utilisant la caractérisation d'un nombre imaginaire pur établie dans le I., démontrer que w est imaginaire pur.

En utilisant les propriétés de la conjugaison (pour tous complexes z et z', $\overline{z - z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$ et $\overline{\overline{z}} = z$), on obtient :

$$\overline{w} = \overline{\overline{b}\,c - b\,\overline{c}} = \overline{\overline{b}}\,\overline{c} - \overline{b}\,\overline{\overline{c}} = b\,\overline{c} - \overline{b}\,c = -(\overline{b}\,c - b\,\overline{c}) =$$

2. On pose $w = \bar{b}c - b\bar{c}$
a. En utilisant la caractérisation d'un nombre imaginaire pur établie dans le I., démontrer que w est imaginaire pur.

En utilisant les propriétés de la conjugaison (pour tous complexes z et z', $\overline{z - z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$ et $\overline{\overline{z}} = z$), on obtient :
$\overline{w} = \overline{\overline{b}\,c - b\,\overline{c}} = \overline{\overline{b}}\,\overline{c} - \overline{b}\,\overline{\overline{c}} = b\,\overline{c} - \overline{b}\,c = -(\overline{b}\,c - b\,\overline{c}) = -w$
On en déduit que w est imaginaire pur.

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right)=w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c}=\dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)=$

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right) = w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c} = \dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right) = b\overline{b} - b\overline{c} + c\overline{b} - c\overline{c} =$

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right)=w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c}=\dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)=b\overline{b}-b\overline{c}+c\overline{b}-c\overline{c}=$
$\left(b\overline{b}-c\overline{c}\right)+\left(\overline{b}c-b\overline{c}\right)$.

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right)=w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c}=\dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)=b\overline{b}-b\overline{c}+c\overline{b}-c\overline{c}=$
$\left(b\overline{b}-c\overline{c}\right)+\left(\overline{b}c-b\overline{c}\right)$.
Or $b\overline{b}=c\overline{c}$ d'après III-1.

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right)=w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c}=\dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)=b\overline{b}-b\overline{c}+c\overline{b}-c\overline{c}=\left(b\overline{b}-c\overline{c}\right)+\left(\overline{b}c-b\overline{c}\right)$.

Or $b\overline{b}=c\overline{c}$ d'après III-1. Donc
$(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)=\overline{b}\,c-b\,\overline{c}=$

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right) = w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c} = \dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right) = b\overline{b} - b\overline{c} + c\overline{b} - c\overline{c} = \left(b\overline{b} - c\overline{c}\right) + \left(\overline{b}c - b\overline{c}\right)$.
Or $b\overline{b} = c\overline{c}$ d'après III-1. Donc
$(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right) = \overline{b}\,c - b\,\overline{c} = w$.

- $\dfrac{w}{|b-c|^2} =$

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right)=w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c}=\dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)=b\overline{b}-b\overline{c}+c\overline{b}-c\overline{c}=$
$\left(b\overline{b}-c\overline{c}\right)+\left(\overline{b}c-b\overline{c}\right)$.
Or $b\overline{b}=c\overline{c}$ d'après III-1. Donc
$(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)=\overline{b}\,c-b\,\overline{c}=w$.
- $\dfrac{w}{|b-c|^2}=\dfrac{(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)}{(b-c)\left(\overline{b-c}\right)}=$

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right) = w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c} = \dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right) = b\overline{b} - b\overline{c} + c\overline{b} - c\overline{c} =$
$\left(b\overline{b} - c\overline{c}\right) + \left(\overline{b}c - b\overline{c}\right)$.
Or $b\overline{b} = c\overline{c}$ d'après III-1. Donc
$(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right) = \overline{b}\,c - b\,\overline{c} = w$.
- $\dfrac{w}{|b-c|^2} = \dfrac{(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)}{(b-c)\left(\overline{b-c}\right)} = \dfrac{(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)}{(b-c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)} =$

2. b. Vérifier l'égalité : $(b+c)\left(\bar{b}-\bar{c}\right) = w$ et justifier que : $\dfrac{b+c}{b-c} = \dfrac{w}{|b-c|^2}$.

- $(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right) = b\overline{b} - b\overline{c} + c\overline{b} - c\overline{c} = \left(b\overline{b} - c\overline{c}\right) + \left(\overline{b}c - b\overline{c}\right)$.

Or $b\overline{b} = c\overline{c}$ d'après III-1. Donc
$(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right) = \overline{b}\,c - b\,\overline{c} = w$.

- $\dfrac{w}{|b-c|^2} = \dfrac{(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)}{(b-c)\left(\overline{b-c}\right)} = \dfrac{(b+c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)}{(b-c)\left(\overline{b}-\overline{c}\right)} = \dfrac{b+c}{b-c}$.

2. c. En déduire que le nombre complexe $\dfrac{b+c}{b-c}$ est imaginaire pur.

2. c. En déduire que le nombre complexe $\dfrac{b+c}{b-c}$ est imaginaire pur.

On sait que w est imaginaire pur et que $\dfrac{1}{|b-c|^2}$ est un nombre réel (strictement positif).

2. c. En déduire que le nombre complexe $\dfrac{b+c}{b-c}$ est imaginaire pur.

On sait que w est imaginaire pur et que $\dfrac{1}{|b-c|^2}$ est un nombre réel (strictement positif).

Il s'ensuit que $\dfrac{1}{|b-c|^2} \times w$ est un imaginaire pur

2. c. En déduire que le nombre complexe $\dfrac{b+c}{b-c}$ est imaginaire pur.

On sait que w est imaginaire pur et que $\dfrac{1}{|b-c|^2}$ est un nombre réel (strictement positif).

Il s'ensuit que $\dfrac{1}{|b-c|^2} \times w$ est un imaginaire pur c.à.d. que $\dfrac{b+c}{b-c}$ est un imaginaire pur.

3. Soit H le point d'affixe $a + b + c$.
a. Exprimer en fonction de a, b et c les affixes des vecteurs $\overrightarrow{\text{AH}}$ et $\overrightarrow{\text{CB}}$.

Le vecteur $\overrightarrow{AH}$ a pour affixe $z_{\overrightarrow{AH}} = h - a = b + c$

3. Soit H le point d'affixe $a + b + c$.

a. Exprimer en fonction de a, b et c les affixes des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CB}}$.

Le vecteur $\overrightarrow{AH}$ a pour affixe $z_{\overrightarrow{AH}} = h - a = b + c$

Le vecteur $\overrightarrow{CB}$ a pour affixe $z_{\overrightarrow{CB}} = b - c$

3. b. Prouver que $\left(\overrightarrow{\text{CB}}, \overrightarrow{\text{AH}}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$, où k est un entier relatif quelconque.
(On admet de même que $\left(\overrightarrow{\text{CA}}, \overrightarrow{\text{BH}}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$)

$$\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AH}\right) =$$

3. b. Prouver que $\left(\overrightarrow{\text{CB}}, \overrightarrow{\text{AH}}\right) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, où k est un entier relatif quelconque.
(On admet de même que $\left(\overrightarrow{\text{CA}}, \overrightarrow{\text{BH}}\right) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$)

$$\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AH}\right) = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AH}\right) - \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{CB}\right) =$$

3. b. Prouver que $\left(\overrightarrow{\mathrm{CB}}, \overrightarrow{\mathrm{AH}}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$, où k est un entier relatif quelconque.

(On admet de même que $\left(\overrightarrow{\mathrm{CA}}, \overrightarrow{\mathrm{BH}}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$)

$$\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AH}\right) = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AH}\right) - \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{CB}\right) = \arg(z_{\overrightarrow{AH}}) - \arg(z_{\overrightarrow{CB}})$$

$$=$$

3. b. Prouver que $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AH}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$, où k est un entier relatif quelconque. (On admet de même que $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BH}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$)

$$\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AH}\right) = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AH}\right) - \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{CB}\right) =$$
$$\arg(z_{\overrightarrow{AH}}) - \arg(z_{\overrightarrow{CB}})$$
$$= \arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{AH}}}{z_{\overrightarrow{CB}}}\right) =$$

3. b. Prouver que $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AH}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$, où k est un entier relatif quelconque.
(On admet de même que $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BH}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$)

$\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AH}\right) = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AH}\right) - \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{CB}\right) =$
$\arg(z_{\overrightarrow{AH}}) - \arg(z_{\overrightarrow{CB}})$
$= \arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{AH}}}{z_{\overrightarrow{CB}}}\right) = \arg\left(\frac{b+c}{b-c}\right) = \frac{\pi}{2} + k\,\pi \qquad$ avec $k \in \mathbb{Z}$
car $\frac{b+c}{b-c}$ est un imaginaire pur **non nul**.

3. c. Que représente le point H pour le triangle ABC ?

D'après la question précédente, (CB) est perpendiculaire à (AH) et (CA) est perpendiculaire à (BH).

3. c. Que représente le point H pour le triangle ABC ?

D'après la question précédente, (CB) est perpendiculaire à (AH) et (CA) est perpendiculaire à (BH).
Le point H appartient donc à deux hauteurs du triangle ABC.

3. c. Que représente le point H pour le triangle ABC ?

D'après la question précédente, (CB) est perpendiculaire à (AH) et (CA) est perpendiculaire à (BH).
Le point H appartient donc à deux hauteurs du triangle ABC.
En conséquence $\boxed{H \text{ est l'orthocentre}}$ du triangle ABC.