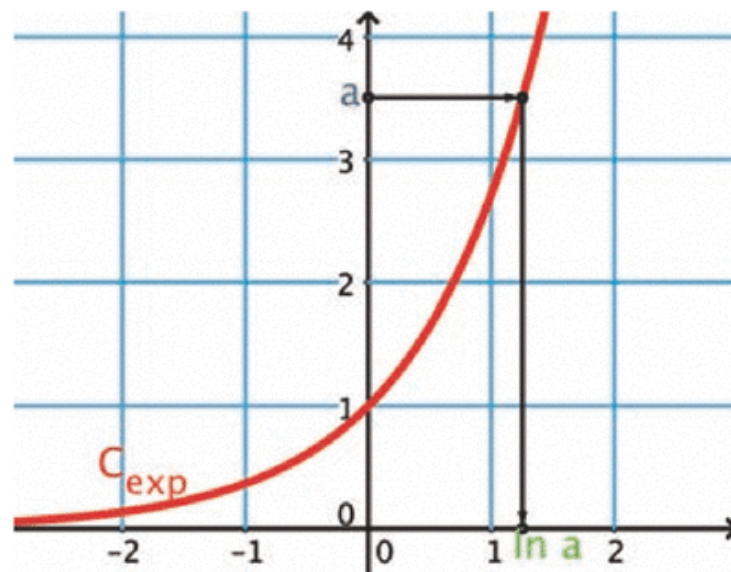


1. Fonction logarithme népérien

La fonction exponentielle est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$.
Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel $a \in]0; +\infty[$, l'équation $e^x = a$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.



■ DÉFINITION

- On appelle **logarithme népérien** du réel strictement positif a , l'unique solution de l'équation $e^x = a$. Le logarithme népérien de a est noté $\ln(a)$ ou $\ln a$.
- La fonction logarithme népérien, notée $\ln$, est la fonction qui, à tout réel $x > 0$, associe le réel $\ln x$.

Exemple D'après la calculatrice : $\ln(0,8) \approx -0,223$; $\ln(2,5) \approx 0,916$.

CONSÉQUENCE :

- Pour tout réel $a > 0$ et pour tout réel b , on a l'équivalence : $\ln(a) = b \iff a = e^b$.
- $\ln(1) = 0$ car $e^0 = 1$.
- $\ln(e) = 1$ car $e^1 = e$.

Exemple Résoudre l'équation $e^{3x-1} = 5$.

Pour tout réel x , $e^{3x-1} = 5 \iff 3x - 1 = \ln 5 \iff x = \frac{\ln 5 + 1}{3}$.

■ PROPRIÉTÉS : Réciprocité

- 1) Pour tout réel $x > 0$, $e^{\ln x} = x$.
- 2) Pour tout réel x , $\ln(e^x) = x$.

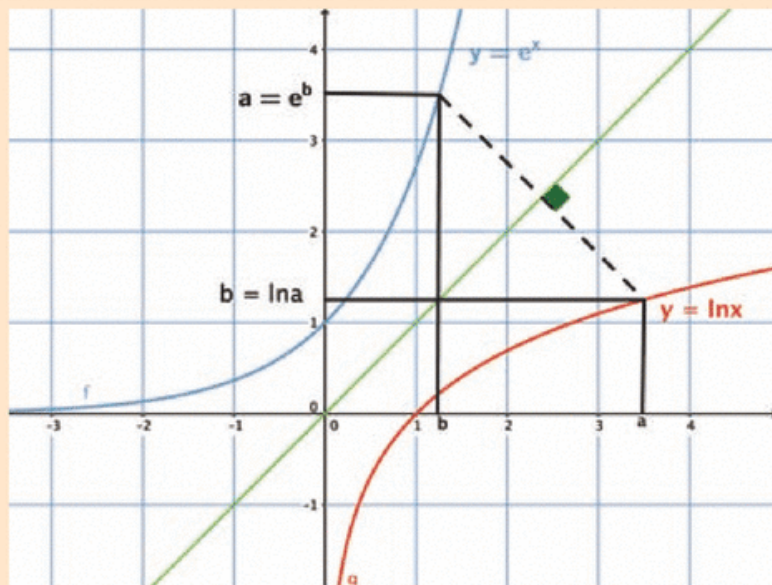
PREUVE

- Pour tout réel $x > 0$, l'équation $e^t = x$, d'inconnue t , a pour solution $t = \ln x$. Donc $e^{\ln x} = x$.
- Pour tout réel x , par définition, $\ln(e^x)$ est l'unique solution de l'équation $e^t = e^x$, d'inconnue t donc $\ln(e^x) = x$.

Exemples $\ln(e^2) = 2$ et $e^{\ln 2} = 2$.

■ PROPRIÉTÉ : Courbes des fonctions ln et exp

Dans un repère orthonormé, les courbes représentatives des fonctions ln et exp sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.



■ PROPRIÉTÉ : Sens de variation

La fonction $\ln$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

■ **PREUVE** Soit a et b deux réels tels que $0 < a < b$. On a : $e^{\ln a} = a$ et $e^{\ln b} = b$.

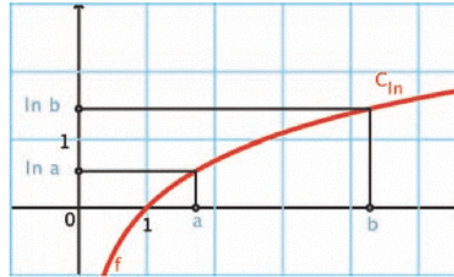
Donc $e^{\ln a} < e^{\ln b}$. Comme la fonction $\exp$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, on en déduit que :

$\ln a < \ln b$.

CONSÉQUENCE :

Pour tous les réels $a > 0$ et $b > 0$,

- $\ln a = \ln b \iff a = b$
- $\ln a < \ln b \iff a < b$



Etudier les variations de la fonction f définie
sur $]0; +\infty[$ définie par $f(x) = \ln(x) + x$

Etudier les variations de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ définie par $f(x) = \ln(x) + x$

$$\forall x > 0, f'(x) =$$

Etudier les variations de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ définie par $f(x) = \ln(x) + x$

$$\forall x > 0, f'(x) = \frac{1}{x} + 1 =$$

Etudier les variations de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ définie par $f(x) = \ln(x) + x$

$$\forall x > 0, f'(x) = \frac{1}{x} + 1 = \frac{1+x}{x}$$

Etudier les variations de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ définie par $f(x) = \ln(x) + x$

$$\forall x > 0, f'(x) = \frac{1}{x} + 1 = \frac{1+x}{x}$$

$\forall x > 0, 1+x$ et x sont strictement positifs,

Etudier les variations de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ définie par $f(x) = \ln(x) + x$

$$\forall x > 0, f'(x) = \frac{1}{x} + 1 = \frac{1+x}{x}$$

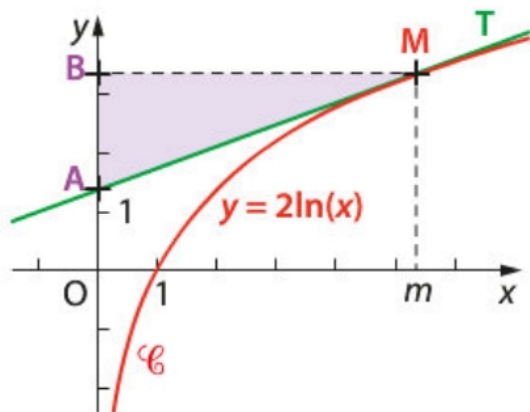
$\forall x > 0, 1+x$ et x sont strictement positifs,

On en déduit que f croît sur $]0; +\infty[$.

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

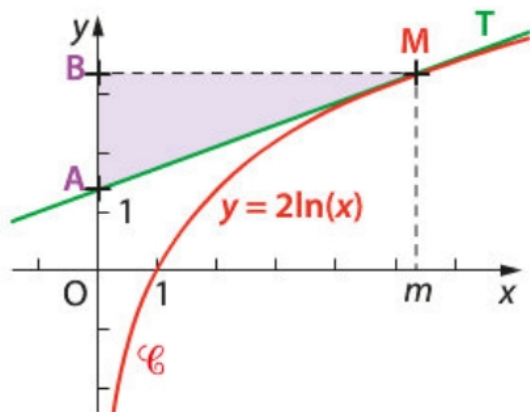
2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

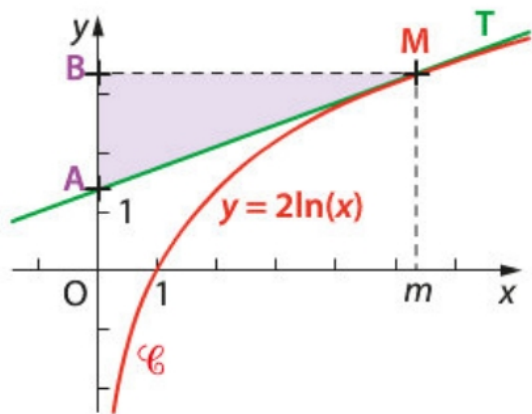
Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a)

La tangente équation: $y = f'(m)(x - m) + f(m)$

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

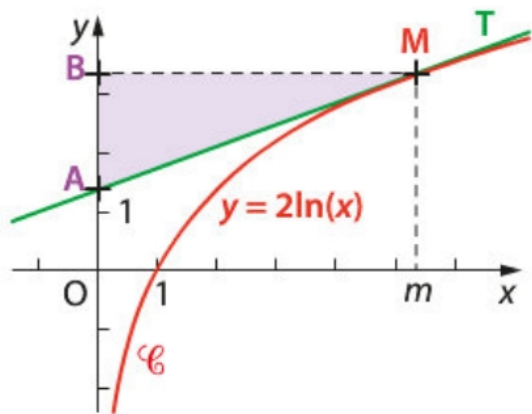
2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a)

La tangente équation: $y = f'(m)(x - m) + f(m)$
 $y = \frac{2}{m}(x - m) + 2 \ln(m)$

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

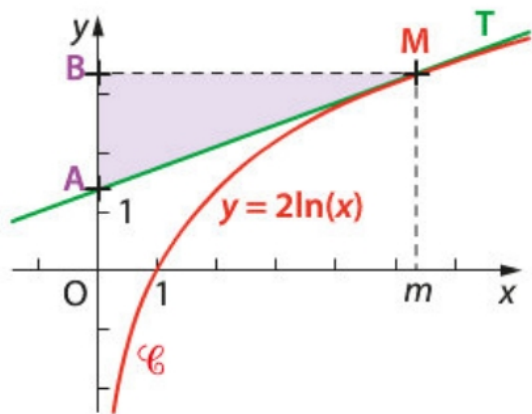
2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a)

To find equation: $y = f'(m)(x - m) + f(m)$

$$y = \frac{2}{m}(x - m) + 2 \ln(m)$$

$$y = \frac{2}{m}x - 2 + 2 \ln(m)$$

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

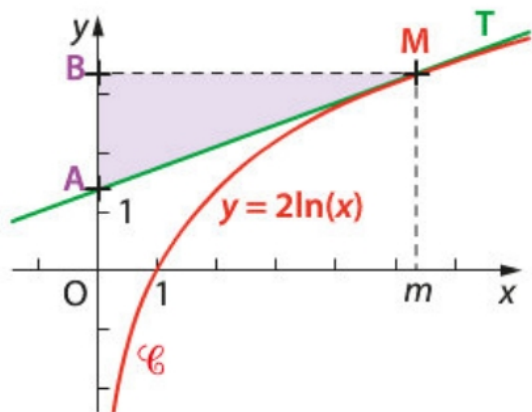
2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) *l'équation de la tangente :*

$$y = f'(m)(x - m) + f(m)$$

$$y = \frac{2}{m}(x - m) + 2 \ln(m)$$

$$y = \frac{2}{m}x - 2 + 2 \ln(m)$$

1. b) *le point A est sur la droite T*

1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

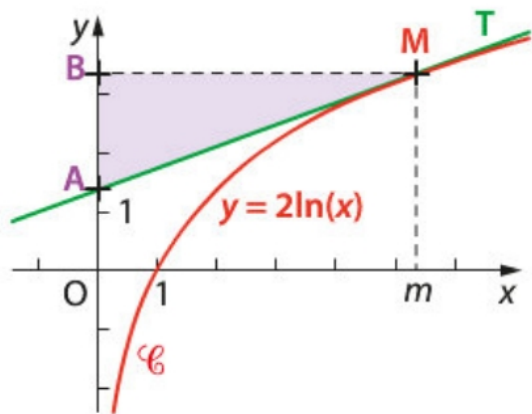
2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) *l'équation :* $y = f'(m)(x - m) + f(m)$

$$y = \frac{2}{m}(x - m) + 2 \ln(m)$$

$$y = \frac{2}{m}x - 2 + 2 \ln(m)$$

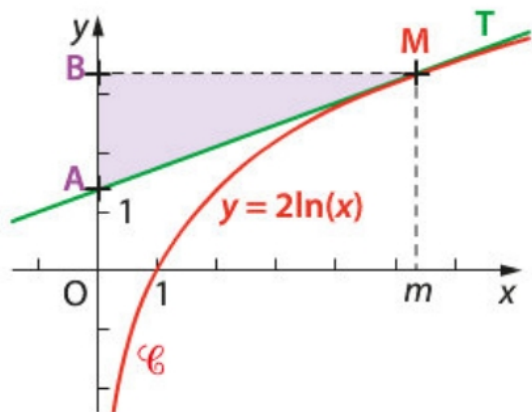
1. b) *le point A est sur la droite T*

donc $y_A = \frac{2}{m}x_A - 2 + 2 \ln(m)$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous?

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) T a pour équation : $y = f'(m)(x - m) + f(m)$

$$y = \frac{2}{m}(x - m) + 2 \ln(m)$$

$$y = \frac{2}{m}x - 2 + 2 \ln(m)$$

1. b) le point A est sur la droite T

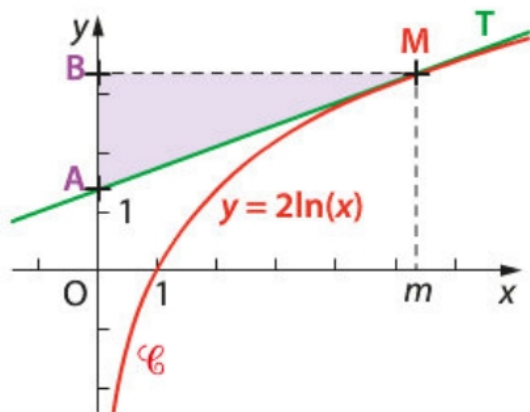
donc $y_A = \frac{2}{m}x_A - 2 + 2 \ln(m)$

Or A a pour **abscisse** 0. (d'où $x_A = 0$)

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous?

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) T a pour équation : $y = f'(m)(x - m) + f(m)$

$$y = \frac{2}{m}(x - m) + 2 \ln(m)$$

$$y = \frac{2}{m}x - 2 + 2 \ln(m)$$

1. b) le point A est sur la droite T

donc $y_A = \frac{2}{m}x_A - 2 + 2 \ln(m)$

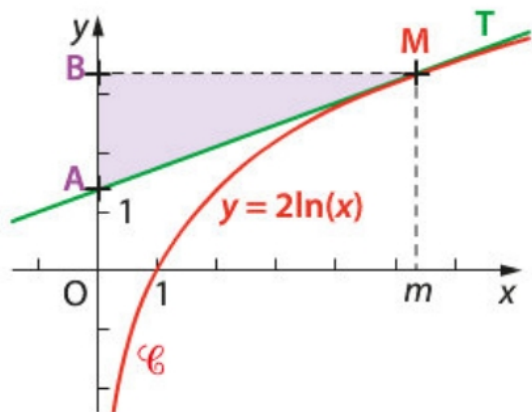
Or A a pour abscisse 0. (d'où $x_A = 0$)

Donc $y_A = \frac{2}{m} \cdot 0 - 2 + 2 \ln(m)$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $f(x) = 2 \ln(x)$.

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous?

■ PROPRIÉTÉ : Tangente en un point à une courbe

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. a) T a pour équation : $y = f'(m)(x - m) + f(m)$

$$y = \frac{2}{m}(x - m) + 2 \ln(m)$$

$$y = \frac{2}{m}x - 2 + 2 \ln(m)$$

1. b) le point A est sur la droite T

donc $y_A = \frac{2}{m}x_A - 2 + 2 \ln(m)$

Or A a pour abscisse 0. (d'où $x_A = 0$)

Donc $y_A = \frac{2}{m} \cdot 0 - 2 + 2 \ln(m)$

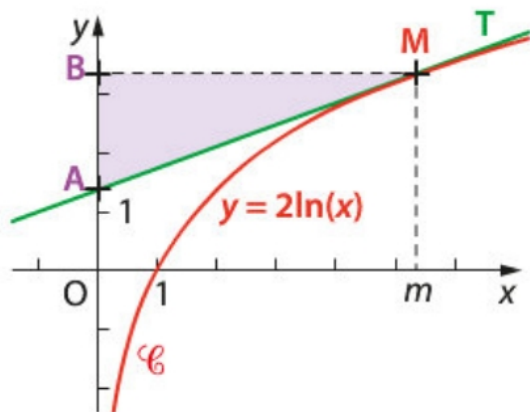
$$y_A = 2(\ln(m) - 1)$$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

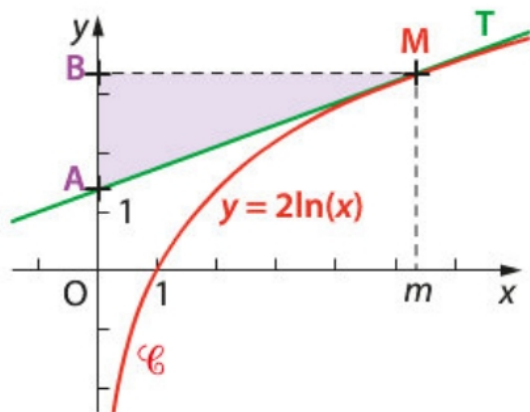
On veut que $y_A = 0$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

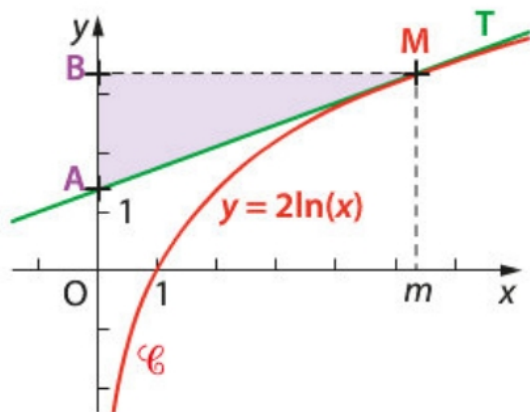
d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

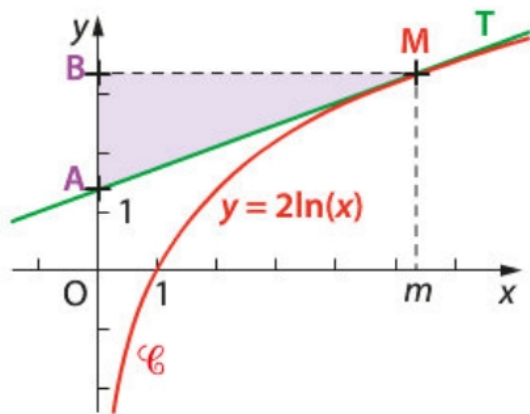
d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$
 $\ln(m) = 1$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$$\ln(m) = 1$$

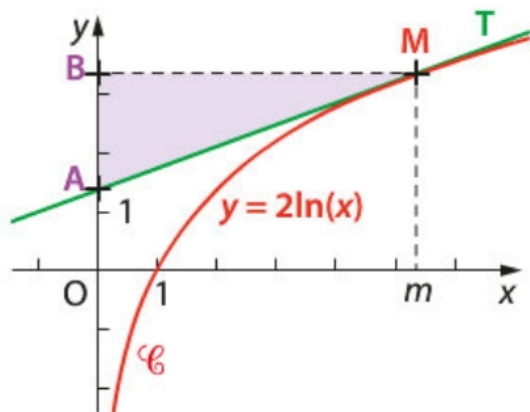
d'où $m = e^1$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$\ln(m) = 1$

d'où $m = e^1$

2. b)

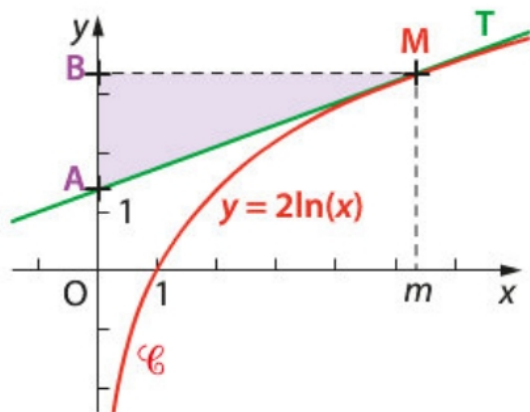
$A(0; 2(\ln(m) - 1))$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$\ln(m) = 1$

d'où $m = e^1$

2. b)

$A(0; 2(\ln(m) - 1))$

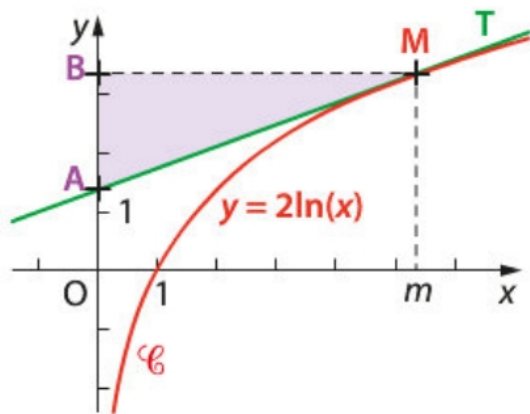
$B(0; 2\ln(m))$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$\ln(m) = 1$

d'où $m = e^1$

2. b)

$A(0; 2(\ln(m) - 1))$

$B(0; 2\ln(m))$

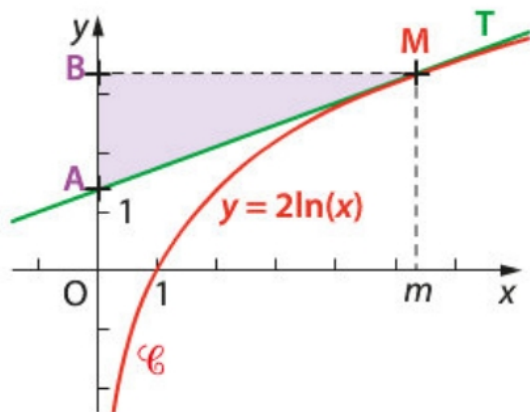
$M(m; 2\ln(m))$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$\ln(m) = 1$

d'où $m = e^1$

2. b)

$A(0; 2(\ln(m) - 1))$

$B(0; 2\ln(m))$

$M(m; 2\ln(m))$

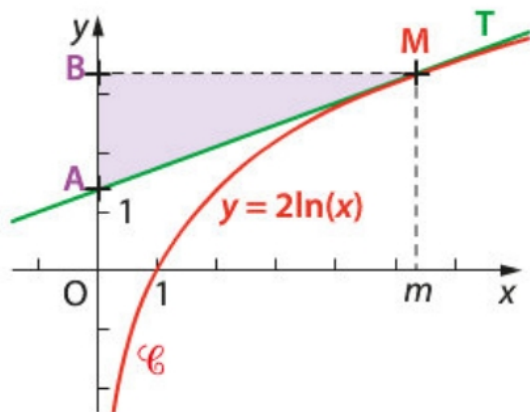
$AB = 2\ln(m) - (2\ln(m) - 2)$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$\ln(m) = 1$

d'où $m = e^1$

2. b)

$A(0; 2(\ln(m) - 1))$

$B(0; 2\ln(m))$

$M(m; 2\ln(m))$

$AB = 2\ln(m) - (2\ln(m) - 2)$

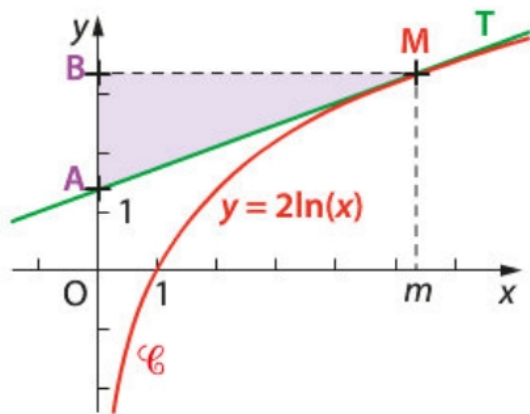
$BM = m$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$\ln(m) = 1$

d'où $m = e^1$

2. b)

$A(0; 2(\ln(m) - 1))$

$B(0; 2\ln(m))$

$M(m; 2\ln(m))$

$AB = 2\ln(m) - (2\ln(m) - 2)$

$AB = 2$

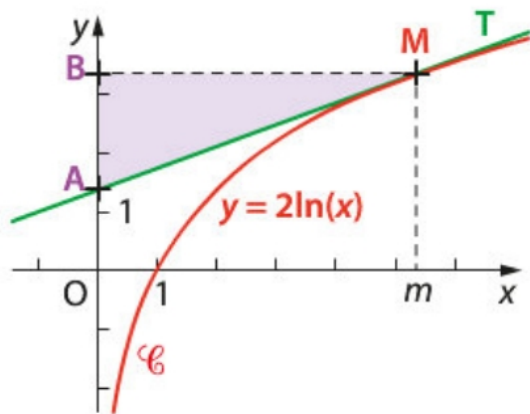
$BM = m$

12 Dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln(x).$$

m est un nombre strictement positif; M est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse m et B son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées.

La tangente T en M à $\mathcal{C}$ coupe l'axe (Oy) en A .



1. a) Déterminez une équation de T .

b) Déduisez-en les coordonnées du point A .

2. a) Comment choisir m pour que le point A soit en O ?

b) Exprimez l'aire du triangle ABM en fonction de m . Que constatez-vous ?

2. a)

On veut que $y_A = 0$

d'où $2(\ln(m) - 1) = 0$

$\ln(m) = 1$

d'où $m = e^1$

2. b)

$A(0; 2(\ln(m) - 1))$

$B(0; 2\ln(m))$

$M(m; 2\ln(m))$

$AB = 2\ln(m) - (2\ln(m) - 2)$

$AB = 2$

$BM = m$

$\mathcal{A}_{ABM} = 2m$

39 Indiquez, dans chaque cas, pour quels nombres x l'expression proposée a un sens.

a) $\frac{1}{\ln(x)}.$

b) $\frac{\ln(x+1)}{x}.$

c) $\ln(x+1) - \ln(x-1).$

39 Indiquez, dans chaque cas, pour quels nombres x l'expression proposée a un sens.

a) $\frac{1}{\ln(x)}$.

b) $\frac{\ln(x+1)}{x}$.

c) $\ln(x+1) - \ln(x-1)$.

a) $\frac{1}{\ln(x)}$ a un sens lorsque $x > 0$ et lorsque $\ln(x) \neq 0$
d'où a un sens lorsque $x > 0$ et $x \neq 1$

39 Indiquez, dans chaque cas, pour quels nombres x l'expression proposée a un sens.

a) $\frac{1}{\ln(x)}$.

b) $\frac{\ln(x+1)}{x}$.

c) $\ln(x+1) - \ln(x-1)$.

a) $\frac{1}{\ln(x)}$ a un sens lorsque $x > 0$ et lorsque $\ln(x) \neq 0$
d'où a un sens lorsque $x > 0$ et $x \neq 1$

b) $\frac{\ln(x+1)}{x}$ a un sens lorsque $x \neq 0$ et $x+1 > 0$
c'est à dire $x \in]-1; 0[\cup]0; +\infty[$

39 Indiquez, dans chaque cas, pour quels nombres x l'expression proposée a un sens.

a) $\frac{1}{\ln(x)}$.

b) $\frac{\ln(x+1)}{x}$.

c) $\ln(x+1) - \ln(x-1)$.

a) $\frac{1}{\ln(x)}$ a un sens lorsque $x > 0$ et lorsque $\ln(x) \neq 0$
d'où a un sens lorsque $x > 0$ et $x \neq 1$

b) $\frac{\ln(x+1)}{x}$ a un sens lorsque $x \neq 0$ et $x+1 > 0$.
c'est à dire $x \in]-1; 0[\cup]0; +\infty[$

c) $\ln(x+1) - \ln(x-1)$ a un sens lorsque $x+1 > 0$ et $x-1 > 0$, c'est à dire $x \in]-1; +\infty[\cap]1; +\infty[$
d'où $x \in]1; +\infty[$

Résoudre $\ln(1-x)=3$

On doit avoir $1-x > 0$, soit $x < 1$

d'où $\ln(1-x) = \ln(e^3)$

$$1-x = e^3$$

$$\text{Or } 1-e^3 < 1$$

$$-x = e^3 - 1$$

$$x = 1 - e^3$$

$$\text{Donc } S = \{1 - e^3\}$$