

Baccalauréat S Métropole–La Réunion

EXERCICE 2

5 POINTS

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ telle que :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - x}$$

On admet que la fonction f est positive sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal du plan.

La courbe $\mathcal{C}$ est représentée en annexe, **à rendre avec la copie**.

Partie A

Soit la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \int_0^n f(x) dx$.

On ne cherchera pas à calculer la valeur exacte de I_n en fonction de n .

1. Montrer que la suite (I_n) est croissante.

2. On admet que pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, $e^x - x \geq \frac{e^x}{2}$.

a. Montrer que, pour tout entier naturel n , $I_n \leq \int_0^n 2xe^{-x} dx$.

b. On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\int_0^n xe^{-x} dx \leq 1$

En déduire que, pour tout entier naturel n , $I_n \leq 2$.

3. Montrer que la suite (I_n) est convergente. On ne demande pas la valeur de sa limite.

Partie B

On considère l'algorithme suivant dans lequel les variables sont

— K et i des entiers naturels, K étant non nul ;

— A , x et h des réels.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $K = 4$. Les valeurs successives de A seront arrondies au millième.

Saisir K
$A \leftarrow 0$
$x \leftarrow 0$
$h \leftarrow \frac{1}{K}$
Pour i variant de 1 à K
$A \leftarrow A + h \times f(x)$
$x \leftarrow x + h$
Fin Tant que

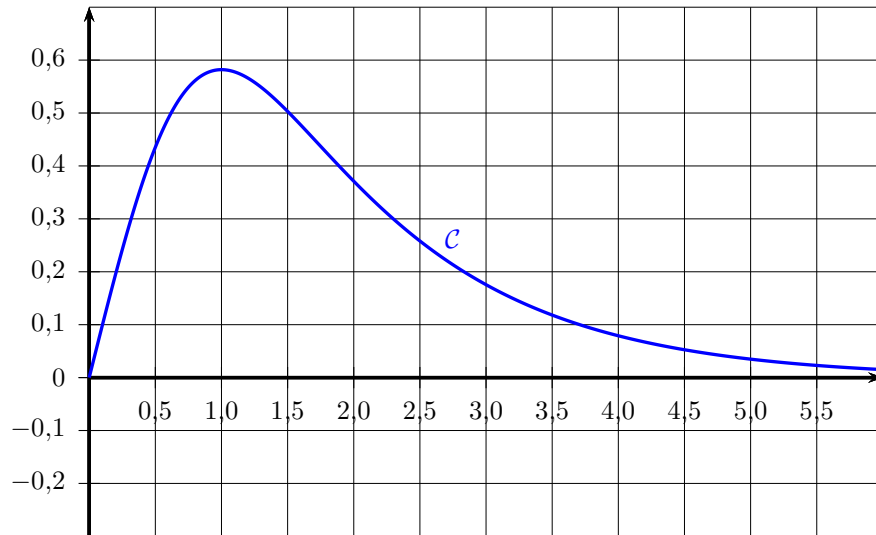
i	A	x
1		
2		
3		
4		

2. En l'illustrant sur l'annexe **à rendre avec la copie**, donner une interprétation graphique de la valeur de la variable A par cet algorithme pour $K = 8$.

3. Vers que valeur la variable A s'approche t-elle quand K devient grand ?

ANNEXE Exercice 2
À rendre avec la copie

Courbe $\mathcal{C}$, représentative de la fonction f sur $[0 ; 6]$



Courbe $\mathcal{C}$, représentative de la fonction f sur $[0 ; 1]$

