Modalités de l'épreuve

Temps de préparation : **20 min**

Temps de passage : **20 min**

Calculatrice autorisée pendant toute la durée de l'épreuve (préparation et passage).

Cet énoncé sera à **remettre** à l'examinateur avant de quitter la salle.

Exercice n°1

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 7$.
2. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$. Justifiez votre réponse.

Exercice n°2

Soit A, B et C trois points d'affixes respectives a, b et c telles que $\dfrac{b-c}{a-c} = i$.

Déterminer la nature du triangle ABC.

Modalités de l'épreuve

Temps de <u>préparation</u> : **20 min**

Temps de <u>passage</u> : **20 min**

Calculatrice autorisée pendant toute la durée de l'épreuve (préparation et passage).

Cet énoncé sera à **remettre** à l'examinateur avant de quitter la salle.

Exercice n°1

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel strictement positif par

$$f(x) = x\ \ln(x) - x + 4$$

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. Calculer $f'(x)$.
3. En déduire le tableau de variation f
4. Déterminer le nombre de solution à l'équation $f(x) = 3,5$ sur $]0;+\infty[$.

Exercice n°2

Le tiers d'une population comportant des centaines de milliers de personnes a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on estime en proportion :

— que sur cent personnes vaccinées huit sont malades,

— et que sur quinze malades il y a deux personnes vaccinées.

On questionne un individu au hasard dans cette population et on note :

— M = «l'individu est malade»,

— V = «l'individu est vacciné».

1. En s'appuyant sur l'énoncé, donner les valeurs de $p(\mathrm{V}), p_{\mathrm{M}}(\mathrm{V})$ et $p_{\mathrm{V}}(\mathrm{M})$.
2. Modéliser la situation aléatoire par un arbre.
3. Calculer $p(\mathrm{M}\cap\overline{\mathrm{V}})$ et $p(\mathrm{M})$.
4. L'individu choisi ayant déclaré ne pas avoir été vacciné, calculer la probabilité qu'il soit malade.

Modalités de l'épreuve

Temps de préparation : **20 min**

Temps de passage : **20 min**

Calculatrice autorisée pendant toute la durée de l'épreuve (préparation et passage).

Cet énoncé sera à **remettre** à l'examinateur avant de quitter la salle.

Exercice n°1

Soit la fonction f définie, pour tout nombre réel x par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - x + 1$$

1. Calculer la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction f sur $\mathbf{R}$.
2. Résoudre l'inéquation
$$\mathrm{e}^x - 1 \geqslant 0$$
et en déduire le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
3. Déterminer en justifiant les limites de $f(x)$ en $-\infty$ et en $+\infty$.
4. Établir le tableau de variations de f.
5. Expliquer pourquoi l'équation $f(x) = \mathrm{e}^2$ admet exactement une seule solution positive.
6. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur arrondie au dixième de la solution de la question précédente.

Exercice n°2

Une expérience est constituée de deux choix aléatoires successifs dont les issues sont A ou $\bar{\text{A}}$ puis B ou $\bar{\text{B}}$ et on dispose des renseignements suivants : :

$$p(\text{A}) = \frac{1}{5} \quad ; \quad p(\text{A} \cap \text{B}) = \frac{1}{30} \quad ; \quad p_{\bar{\text{A}}}(\bar{\text{B}}) = \frac{1}{5}$$

1. Modéliser cette expérience par un arbre en portant dessus les renseignements de l'énoncé.
2. Calculer $p(\text{B})$.
3. Calculer $p_{\text{B}}(\text{A})$.

Modalités de l'épreuve

Temps de préparation : **20 min**

Temps de passage : **20 min**

Calculatrice autorisée pendant toute la durée de l'épreuve (préparation et passage).

Cet énoncé sera à **remettre** à l'examinateur avant de quitter la salle.

Exercice n°1

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$.
Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n - 1$

Exercice n°2

On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
Déterminer et représenter l'ensemble des points suivants :

1. E_1 : ensemble des points M d'affixe z tels que : $|z-2| = |z|$
2. E_2 : ensemble des points M d'affixe z tels que : $|z-1+i| = 3$
3. E_3 : ensemble des points M d'affixe z tels que : $\dfrac{z-2}{z+i}$ est un nombre réel.

Modalités de l'épreuve

Temps de préparation : **20 min**

Temps de passage : **20 min**

Calculatrice autorisée pendant toute la durée de l'épreuve (préparation et passage).

Cet énoncé sera à **remettre** à l'examinateur avant de quitter la salle.

Exercice n°1

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel positif ou nul par :

$$f(x) = (x^2 - 5x + 1)\,\mathrm{e}^{-x}$$

1. Calculer $f(0)$.
2. Que vaut $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$?
3. Donner toutes les formules permettant d'établir que

$$f'(x) = (-x^2 + 7x - 6)\,\mathrm{e}^{-x}$$

4. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice n°2

On lance un dé à six faces fabriqué selon les normes usuelles. Soit A l'événement «*obtenir un nombre pair*» et B l'événement «*obtenir un multiple de 3*».

1. Décrire les événements A, B, $A \cap B$ et $A \cup B$.
2. Les événements A et B sont-ils indépendants en probabilité ?
3. On lance successivement trois fois le dé.
   (a) Que vaut la probabilité d'obtenir trois fois un nombre pair ?
   (b) Que vaut la probabilité d'obtenir au moins une fois un nombre impair ?

Modalités de l'épreuve

Temps de préparation : **20 min**

Temps de passage : **20 min**

Calculatrice autorisée pendant toute la durée de l'épreuve (préparation et passage).

Cet énoncé sera à **remettre** à l'examinateur avant de quitter la salle.

Exercice n°1

On considère le nombre complexe $z = \left(\sqrt{3}+1\right) + i\left(\sqrt{3}-1\right)$.

1. Écrire z^2 sous forme algébrique.
2. Déterminer le module et l'argument de z^2, puis en déduire le module et l'argument de z.

Exercice n°2

Une urne U_1 contient 5 boules rouges et 3 boules vertes ; une urne U_2 contient 1 boule rouge 4 boules vertes.

On choisit au hasard une boule de cette urne.

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
2. La boule tirée est rouge. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne U_1 ?