D'après le sujet Amérique du Nord du 2 juin 2015

Dans une réserve naturelle, on étudie l'évolution de la population d'une race de singes en voie d'extinction à cause d'une maladie.

PARTIE A

Une étude sur cette population de singes a montré que leur nombre baisse de 15 % chaque année.

Au 1^{er} janvier 2004, la population était estimée à 25 000 singes.

À l'aide d'une suite, on modélise la population au 1^{er} janvier de chaque année. Pour tout entier naturel n , le terme u_n de la suite représente le nombre de singes au 1^{er} janvier de l'année $2004 + n$. On a ainsi $u_0 = 25\,000$.

1. Calculer l'effectif de cette population de singes :
 - a) au 1^{er} janvier 2005 ;
 - b) au 1^{er} janvier 2006, en arrondissant à l'entier.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = 25\,000 \times 0,85^n$.
3. Suivant ce modèle, on souhaite savoir, à l'aide d'un algorithme, au bout de combien d'années après le 1^{er} janvier 2004 le nombre de singes sera inférieur à 5 000.

Recopier et compléter les lignes L4, L5 et L6 de l'algorithme ci-dessous.

L1 :	Variables	u un réel, n un entier
L2 :	Initialisation	u prend la valeur 25 000
L3 :		n prend la valeur 0
L4 :	Traitement	Tant que faire
L5 :		u prend la valeur
L6 :		n prend la valeur
L7 :		Fin Tant que
L8 :	Sortie	Afficher n

4. Montrer que la valeur n affichée après l'exécution de l'algorithme est 10.

PARTIE B

Au 1^{er} janvier 2014, une nouvelle étude a montré que la population de cette race de singes, dans la réserve naturelle, ne comptait plus que 5 000 individus. La maladie prenant de l'ampleur, on met en place un programme de soutien pour augmenter le nombre de naissances. À partir de cette date, on estime que, chaque année, un quart des singes disparaît et qu'il se produit 400 naissances.

On modélise la population de singes dans la réserve naturelle à l'aide d'une nouvelle suite. Pour tout entier naturel n , le terme v_n de la suite représente le nombre de singes au 1^{er} janvier de l'année $2014 + n$. On a ainsi $v_0 = 5\,000$.

1. a) Calculer v_1 et v_2 .
b) justifier que, pour tout entier naturel n , on a $v_{n+1} = 0,75 \times v_n + 400$.
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - 1\,600$.
 - a) Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser la valeur de w_0 .
 - b) Pour tout entier naturel n , exprimer w_n en fonction de n .
 - c) En déduire que pour tout entier naturel n , on a $v_n = 1\,600 + 3\,400 \times 0,75^n$.
 - d) Calculer la limite de la suite (v_n) et interpréter ce résultat.

D'après le sujet Centres étrangers du 12 juin 2014

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes et accueille pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.

On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au lycée pour l'année $2013 + n$, avec n entier naturel. On a donc $u_0 = 500$.

1. a) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2014.
b) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,7u_n + 300$.
3. On souhaite, pour un entier n donné, afficher tous les termes de la suite (u_n) du rang 0 au rang n .
Lequel des trois algorithmes suivants permet d'obtenir le résultat souhaité ? Justifier.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel Début algorithme Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Fin algorithme	Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel Début algorithme Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u Fin algorithme	Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel Début algorithme Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n u prend la valeur $0,7 \times u + 300$ Fin Pour Afficher u Fin algorithme

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 1000$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.
 - b) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 1000 - 500 \times 0,7^n$.
 - c) Déterminer la limite de la suite (u_n) .
 - d) Interpréter le résultat précédent.
5. a) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geq 990$.
b) Interpréter le résultat trouvé précédemment.