

Corrigé du devoir maison n°1

Exercice 1

1. a) $C_0 = 500$

$$\frac{i}{12} = \frac{3,6}{12} = 0,3$$

Au 2 janvier 2010, Vincent possède 500 €
on calcule donc les intérêts sur 500 €

$$500 \times \frac{0,3}{100} = 1,5$$

Vincent gagne 1,5 € d'intérêt.

De plus, on lui fait un virement de 150 €

Donc le 2 février 2010, Vincent possède $500 + 1,5 + 150$
c'est à dire 651,5 €

$$C_1 = 651,5$$

$$1 + \frac{0,3}{100}$$

$$C_2 = (1,003) C_1 + 150$$

$$C_2 = 803,4545$$

$$C_3 = 1,003 C_2 + 150$$

$$C_3 \approx 955,86$$

b) $C_{n+1} = 1,003 C_n + 150$

c) la nature de la suite C_n est une suite
arithmético-géométrique.

2. $V_n = C_n + 50\,000$

$$V_{n+1} = C_{n+1} + 50000$$

$$V_{n+1} = 1,003C_n + 150 + 50000$$

$$V_{n+1} = 1,003C_n + 50150$$

$$V_{n+1} = 1,003(V_n - 50000) + 50150 \text{ car } C_n = V_n - 50000$$

$$V_{n+1} = 1,003V_n - 50150 + 50150$$

$$\boxed{V_{n+1} = 1,003V_n}$$

Donc (V_n) est une suite géométrique de raison $1,003$

$$V_0 = C_0 + 50000$$

$$= 500 + 50000$$

$$= 50500$$

le premier terme est $V_0 = 50500$

b) $V_n = V_0 \times q^n$ avec $q = 1,003$

$$\boxed{\text{d'où } V_n = 50500 \times 1,003^n}$$

Or $C_n = V_n - 50000$

$$\boxed{C_n = 50500 \times 1,003^n - 50000}$$

c) $C_0 \rightarrow$ capital disponible le 1 janvier 2010

$C_{12} \rightarrow$ capital disponible le 1 janvier 2011

$C_{12+12} = C_{24} \rightarrow$ capital disponible le 1 janvier 2012

$C_{24+9} = C_{33} \rightarrow$ capital disponible le 1 octobre 2012

Calculons C_{33} :

$$C_{33} = 50500 \times 1,003^n - 50000$$

$$\approx 5747,09$$

le capital disponible le 1^{er} octobre 2012 est d'environ 5747,09 €

d) (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,003$

$q > 1$ et $v_0 = 50500 > 0$

Donc (v_n) est une suite croissante

$$C_n = v_n - 50000$$

Donc (C_n) est croissante

e) $q > 1$ et $v_0 > 0$

$$\text{Donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} 50000 \times 1,003^n = +\infty$$

$$\text{d'où } \lim_{n \rightarrow +\infty} 50000 \times 1,003^n - 50000 = +\infty$$

$$\text{Ainsi } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} C_n = +\infty$$

f) À l'aide de la calculatrice, (menu RECUR)

$$\text{on trouve : } C_{68} = 11\,909$$

$$C_{69} = 12\,094$$

$$69 = 12 \times 5 + 9$$

Il faut donc 5 années et 9 mois après le 1^{er} janvier 2010 pour atteindre 12000 €.

C'est à dire qu'en 1^{er} octobre 2015, Vincent possèdera plus de 12000 €

$N=5$

Exercice 2:

1) le valeur exacte affichée par l'algorithme pour $N=5$ est 1110,550618

2) Cet algorithme affiche U_5 où U est une suite géométrique de raison 1,03 et de premier terme $U_0 = 500$.

3) Traitement :

Pour k allant de 1 à N

U prend la valeur $U \times 1,03 + 100$

Afficher k

Afficher U

Fin Pour

4)

L'algorithme affiche (pour $M=5000$) 27

5°) L'algorithme permet d'afficher le plus petit entier n tel que $U_n > 5000$.

k	$U (=500)$
1	615
2	733,45
3	855,45
4	981,12
5	1110,55

$N (=0)$	$U (=500)$
1	615
2	733,45
3	855,45
4	981,12
5	1110,55
6	1243,87
7	1387,18
...	...
26	4933,5
27	5181,6