

Correction DS du 6 novembre 2017

Mathématiques Term ES

2017-2018

Les services de la mairie d'une ville ont étudié l'évolution de la population de cette ville. Chaque année, 12,5% de la population quitte la ville et 1 200 personnes s'y installent.

En 2012, la ville comptait 40 000 habitants.

On note U_n le nombre d'habitants de la ville en l'année 2012 + n .

On a donc $U_0 = 40\,000$.

On admet que la suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par $U_{n+1} = 0,875 \times U_n + 1\,200$.

On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 9\,600$.

1) La valeur de U_1 est :

- a. 6 200 b. 35 000 c. 36 200 d. 46 200

1) La valeur de U_1 est :

- a. 6 200 b. 35 000 c. 36 200 d. 46 200

$$U_{n+1} = 0,875 \times U_n + 1200$$

$$U_1 = 0.875U_0 + 1200$$

$$U_1 = 0.875 \times 40000 + 1200$$

$$U_1 = 36200$$

2) La suite (V_n) est :

géométrique de raison $-12,5\%$

géométrique de raison $0,875$

géométrique de raison $-0,875$

arithmétique de raison $-9\,600$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n + 1200 - 9600$$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n + 1200 - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n - 8400$$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n + 1200 - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n - 8400$$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n + 1200 - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n - 8400$$

$$V_{n+1} = 0.875(V_n + 9600) - 8400$$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n + 1200 - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n - 8400$$

$$V_{n+1} = 0.875(V_n + 9600) - 8400$$

$$V_{n+1} = 0.875V_n + 8400 - 8400$$

- $U_{n+1} = 0.875U_n + 1200$
- $V_n = U_n - 9600$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n + 1200 - 9600$$

$$V_{n+1} = 0.875U_n - 8400$$

$$V_{n+1} = 0.875(V_n + 9600) - 8400$$

$$V_{n+1} = 0.875V_n + 8400 - 8400$$

$$V_{n+1} = 0.875V_n$$

2) La suite (V_n) est :

géométrique de raison $-12,5\%$

géométrique de raison $0,875$

géométrique de raison $-0,875$

arithmétique de raison $-9\,600$

2) La suite (V_n) est :

géométrique de raison $-12,5\%$

géométrique de raison $0,875$

géométrique de raison $-0,875$

arithmétique de raison $-9\,600$

La suite (V_n) est donc géométrique de raison $0,875$

3) La suite (U_n) a pour limite :

a. $+\infty$

b. 0

c. 1 200

d. 9 600

3) La suite (U_n) a pour limite :

- a. $+\infty$ b. 0 c. 1 200 d. 9 600

La suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0.875$. D'où $0 < q < 1$.
Ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$.

3) La suite (U_n) a pour limite :

- a. $+\infty$ b. 0 c. 1 200 d. 9 600

La suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0.875$. D'où $0 < q < 1$.

Ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$.

Or $U_n = V_n + 9600$.

3) La suite (U_n) a pour limite :

- a. $+\infty$ b. 0 c. 1 200 d. 9 600

La suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0.875$. D'où $0 < q < 1$.

Ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$.

Or $U_n = V_n + 9600$. Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 9600$

4) On considère l'algorithme suivant :

variables :

U, N

initialisation :

U prend la valeur 40 000

N prend la valeur 0

traitement :

Tant que $U > 10\,000$

N prend la valeur $N + 1$

U prend la valeur

$0,875 \times U + 1\,200$

Fin du Tant que

sortie :

Afficher N

4) Cet algorithme permet d'obtenir :

- a. la valeur de $U_{40\,000}$
- b. toutes les valeurs de U_0 à U_N
- c. le plus petit rang n pour lequel on a $U_n \leq 10\,000$
- d. le nombre de termes inférieurs à 1 200

4) Cet algorithme permet d'obtenir :

- a. la valeur de $U_{40\,000}$
- b. toutes les valeurs de U_0 à U_N
- c. le plus petit rang n pour lequel on a $U_n \leq 10\,000$
- d. le nombre de termes inférieurs à 1 200

Réponse c

5) La valeur affichée est :

a. 33

b. 34

c. 9 600

d. 9 970,

5) La valeur affichée est :

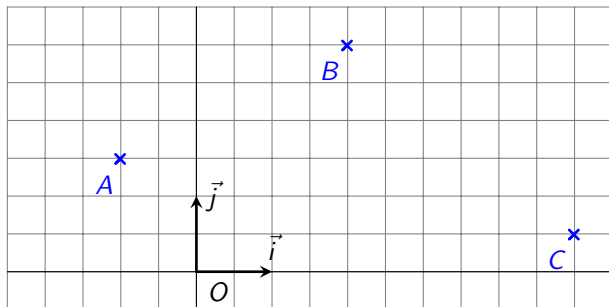
a. 33

b. 34

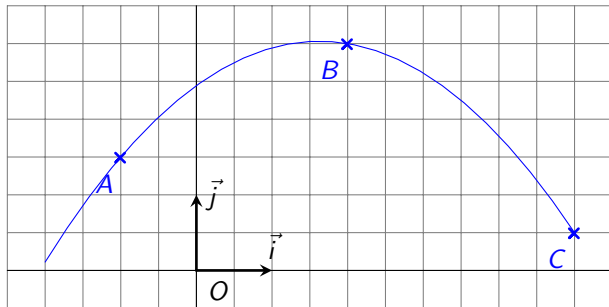
c. 9 600

d. 9 970,

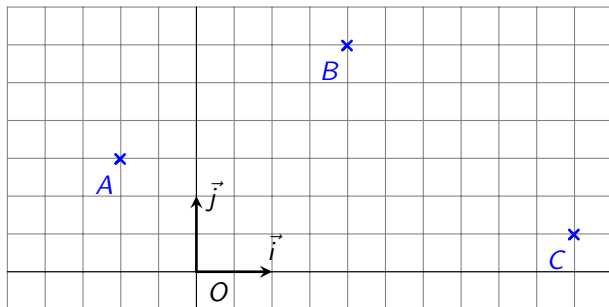
A l'aide de la calculatrice on trouve : **Réponse a**



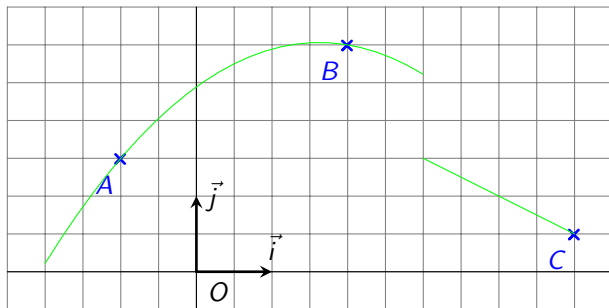
- Tracer en bleu, la courbe représentative d'une fonction f définie et continue sur $[-2; 5]$ passant par A , B et C .
- Tracer en vert, la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-2; 5]$ mais qui est non continue sur $[-2; 5]$, cette courbe passant toujours par A , B et C .



- Tracer en bleu, la courbe représentative d'une fonction f définie et continue sur $[-2; 5]$ passant par A , B et C .



- Tracer en vert, la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-2; 5]$ mais qui est non continue sur $[-2; 5]$, cette courbe passant toujours par A , B et C .



- Tracer en vert, la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-2; 5]$ mais qui est non continue sur $[-2; 5]$, cette courbe passant toujours par A , B et C .

x	-7	-1	0	5
$f(x)$	2		5	
		1		-3

Diagram illustrating the mapping of x values to $f(x)$ values:

- $x = -7 \rightarrow f(x) = 2$
- $x = -1 \rightarrow f(x) = 1$
- $x = 0 \rightarrow f(x) = 5$
- $x = 5 \rightarrow f(x) = -3$

Le tableau de variation ci-contre est celui d'une fonction f .

Sur quel intervalle est définie la fonction f ?

x	-7	-1	0	5
$f(x)$	2		5	
		1		-3

Le tableau de variation ci-contre est celui d'une fonction f .

Sur quel intervalle est définie la fonction f ?

La fonction f est définie sur $[-7; 5]$

x	-7	-1	0	5
$f(x)$	2		5	
		1		-3

Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?
Encadrer chaque solution.

x	-7	-1	0	α	5
$f(x)$	2		5	0	-3

Diagram illustrating the function values and their relationships:

- $f(-7) = 2$ and $f(-1) = 1$ are connected by a downward arrow.
- $f(-1) = 1$ and $f(0) = 5$ are connected by an upward arrow.
- $f(0) = 5$ and $f(\alpha) = 0$ are connected by a downward arrow.
- $f(\alpha) = 0$ and $f(5) = -3$ are connected by a downward arrow.
- A vertical dotted line connects α in the x -row to 0 in the $f(x)$ -row.

Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?
Encadrer chaque solution.

x	-7	-1	0	α	5
$f(x)$	2		5	0	-3

Diagram illustrating the function values and their relationships:

- $f(-7) = 2$
- $f(-1) = 1$ (indicated by an arrow from 2 to 1)
- $f(0) = 5$ (indicated by an arrow from 1 to 5)
- $f(\alpha) = 0$ (indicated by a dashed arrow from 5 to 0)
- $f(5) = -3$ (indicated by an arrow from 0 to -3)

Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?

Encadrer chaque solution.

f est continue et strictement décroissante sur $[0; 5]$ et 0 est compris entre -3 et 5 donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[0; 5]$.

x	-7	-1	0	α	5
$f(x)$	2		5	0	-3

Diagram illustrating the function values and their relationships:

- $f(-7) = 2$
- $f(-1) = 1$ (indicated by an arrow from 2 to 1)
- $f(0) = 5$ (indicated by an arrow from 1 to 5)
- $f(\alpha) = 0$ (indicated by a dotted arrow from 5 to 0)
- $f(5) = -3$ (indicated by an arrow from 0 to -3)

Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?
Encadrer chaque solution.

f est continue et strictement décroissante sur $[0; 5]$ et 0 est compris entre -3 et 5 donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[0; 5]$. Pour tout $x \in [-7; 0]$, $f(x) \geq 1$.
Ainsi l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[-7; 5]$.

x	-7	-1	0	5
$f(x)$	2		5	
		1		-3

3. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \frac{3}{2}$?
Préciser à quel intervalle appartient chaque solution.

x	-7	α_1	-1	0	5
$f(x)$	2	$\frac{3}{2}$	1	5	-3

Diagram illustrating the function $f(x)$ values for different x values. The function is defined by the following points and connections:

- $f(-7) = 2$
- $f(\alpha_1) = \frac{3}{2}$
- $f(-1) = 1$
- $f(0) = 5$
- $f(5) = -3$

Arrows indicate the mapping from x to $f(x)$:

- From $x = -7$ to $f(x) = 2$
- From $x = \alpha_1$ to $f(x) = \frac{3}{2}$
- From $x = -1$ to $f(x) = 1$
- From $x = 0$ to $f(x) = 5$
- From $x = 5$ to $f(x) = -3$

3. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \frac{3}{2}$?
Préciser à quel intervalle appartient chaque solution.

x	-7	α_1	-1	α_2	0	5
$f(x)$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	5	-3

3. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \frac{3}{2}$?
Préciser à quel intervalle appartient chaque solution.

x	-7	α_1	-1	α_2	0	α_3	5
$f(x)$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	5	$\frac{3}{2}$	-3

3. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \frac{3}{2}$?
Préciser à quel intervalle appartient chaque solution.

x	-7	α_1	-1	α_2	0	α_3	5
$f(x)$	2	$\vdots$ $\downarrow$ $\frac{3}{2}$ $\searrow$ 1		$\vdots$ $\downarrow$ $\frac{3}{2}$ $\nearrow$ 5	5	$\vdots$ $\downarrow$ $\frac{3}{2}$ $\searrow$ -3	

La fonction f est strictement monotone et continue sur chacun des intervalles suivants : $[-7; -1]$; $[-1; 0]$ et $[0; 5]$.

x	-7	α_1	-1	α_2	0	α_3	5
$f(x)$	2	$\downarrow$ $\frac{3}{2}$	$\searrow$ 1	$\swarrow$ $\frac{3}{2}$	5	$\searrow$ $\frac{3}{2}$	-3

La fonction f est strictement monotone et continue sur chacun des intervalles suivants : $[-7; -1]$; $[-1; 0]$ et $[0; 5]$.

De plus, $\frac{3}{2} \in [1; 2]$, $\frac{3}{2} \in [1; 5]$ et $\frac{3}{2} \in [-3; 5]$.

x	-7	α_1	-1	α_2	0	α_3	5
$f(x)$	2	$\vdots$ $\frac{3}{2}$	$\searrow$ 1	$\vdots$ $\frac{3}{2}$	$\nearrow$ 5	$\searrow$ $\frac{3}{2}$	$\searrow$ -3

La fonction f est strictement monotone et continue sur chacun des intervalles suivants : $[-7; -1]$; $[-1; 0]$ et $[0; 5]$.

De plus, $\frac{3}{2} \in [1; 2]$, $\frac{3}{2} \in [1; 5]$ et $\frac{3}{2} \in [-3; 5]$.

Donc, en appliquant trois fois le théorème des valeurs intermédiaires, on montre qu'il y a exactement trois solutions pour l'équation $f(x) = \frac{3}{2}$ et ces trois solutions appartiennent respectivement aux intervalles suivants : $[-7; -1]$; $[-1; 0]$ et $[0; 5]$.