BACCALAURÉAT GÉNÉRAL BLANC

Session 2018

MATHEMATIQUES

Série ES et Série L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4 pour la Série L

Coefficient : 5 ou 7 pour la Série ES

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. La solution exacte de l'équation $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{3}{10}$ est :

   a) 1,74 b) $\frac{\ln 10 - \ln 3}{\ln 2}$ c) $-\frac{\ln 3}{\ln 5}$ d) 0,5

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
   Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

   a. $y = 5x + 11$ **b.** $y = 5x + 6$ **c.** $y = 11x - 6$ **d.** $y = 5x + 16$

3. f est la fonction définie pour tout x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par
   $f(x) = (2x+3)\ln x$.
   On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
   On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
   Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$ on a :

   a) $f'(x) = \frac{2x+3}{x}$ b) $f'(x) = \frac{2}{x}$

   c) $f'(x) = 2\ln x + \frac{3}{x} + 2$ d) $f'(x) = 2\ln x + \frac{3}{x}$

4. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
   L'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x a pour solution :

   a. $-\frac{e^{11}}{5}$ **b.** $-\ln\left(\frac{11}{5}\right)$ **c.** $e^{\frac{-11}{5}}$ **d.** $\frac{e^{-11}}{5}$

5. Quelle est la primitive qui s'annule en 1 de la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{3}{x} + 2x - 8$.

   a. $3\ln x + x^2 - 8x + 7$ **b.** $-\frac{3}{x^2} + x^2 - 8x + 10$ **c.** $-\frac{3}{x^2} + 2$ **d.** $\ln(x^3) + x^2 - 8x - 7$

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on étudie le tirage moyen journalier des quotidiens français d'information générale et politique, c'est-à-dire le nombre moyen d'exemplaires imprimés par jour.

Le tableau suivant donne, entre 2007 et 2014, pour chaque année ce tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires:

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Tirage moyen journalier en milliers d'exemplaires	10 982	10 596	10 274	10 197	10 182	9 793	9 321	8 854

Source: D.G.M.I.C (Direction générale des médias et des industries culturelles)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis si nécessaire au centième.

1. Calculer le taux d'évolution du tirage moyen journalier entre 2007 et 2008.

   Pour tout entier naturel n, on note V_n le tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires, de l'année $(2007 + n)$.

   On modélise la situation en posant: $V_0 = 10\,982$ et, pour tout entier naturel n,

$$V_{n+1} = 0,96V_n + 100.$$

2. Calculer V_1 puis V_2.
3. Soit (W_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $W_n = V_n - 2\,500$.
   a) Montrer que (W_n) est une suite géométrique de raison $0,96$ puis déterminer son premier terme.
   b) Déterminer l'expression de W_n en fonction de n.
   c) En déduire que pour tout entier naturel n, $V_n = 8\,482 \times 0,96^n + 2\,500$.
4. a) Déterminer le tirage moyen journalier prévu selon ce modèle pour l'année 2017.
   b) Résoudre l'inéquation $V_n \leqslant 4000$ et interpréter par une phrase le résultat obtenu.
   c) Déterminer la limite de la suite (W_n). Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
   d) Proposer un algorithme affichant le tirage moyen journalier, à partir de 2007 jusqu'à l'année $(2007 + n)$, pour un nombre d'années n saisi par l'utilisateur.

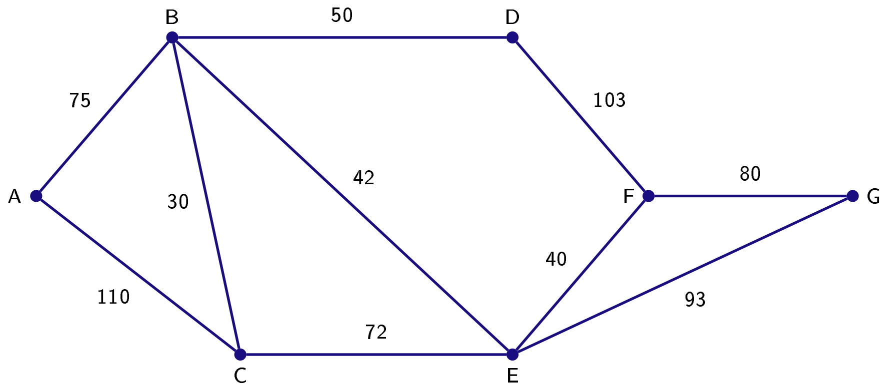
Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

partie a

Le graphe ci-dessous représente le plan d'un centre de vacances. Les arêtes représentent les allées et les sommets, les carrefours. On a indiqué sur chaque arête la longueur en mètre des allées entre deux carrefours.



1. Le service d'entretien doit nettoyer toutes les allées. En partant du carrefour C, peut-on nettoyer toutes les allées en passant une et une seule fois par chacune d'elles ? Justifier la réponse.

2. Existe-t-il un parcours permettant de nettoyer toutes les allées en passant une et une seule fois par chacune d'elles et de revenir au point de départ ? Justifier la réponse.

3. Déterminer le trajet le plus court pour aller du carrefour A au carrefour G.

partie b

Dans ce centre de vacances, les vacanciers peuvent, chaque jour, déjeuner au restaurant du centre ou à l'extérieur. On constate chaque jour que :

- 5 % des vacanciers ayant déjeuné au centre de vacances ne se réinscrivent pas pour le lendemain ;
- 20 % des vacanciers ayant déjeuné à l'extérieur s'inscrivent pour déjeuner au centre de vacances le lendemain.

On note D l'état « Déjeuner au centre de vacances » et E l'évènement « Déjeuner à l'extérieur ».

1. Construire un graphe modélisant cette situation.

2. Écrire la matrice de transition de ce graphe, les sommets étant rangés selon l'ordre alphabétique.

3. Le premier jour, le quart des vacanciers a déjeuné au centre de vacances. Quel pourcentage de vacanciers déjeunera au centre de vacances le deuxième jour ? Le cinquième jour ?

4. Peut-on affirmer qu'à terme, si les comportements des vacanciers restent les mêmes, 75 % des vacanciers prendront leur déjeuner au centre ?

   Indication : On pourra s'intéresser à l'évolution de la suite (a_n) *issue d'une matrice* $P_n = (a_n \quad b_n)$ *donnant l'état de la répartition des déjeuners au centre de vacances un jour* n*, et démontrer que la suite auxiliaire* $u_n = a_n - 0,8$ *est géométrique de raison* $0,75$

Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale).
On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.
L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'évènement : « l'angine du malade est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de E sachant que F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

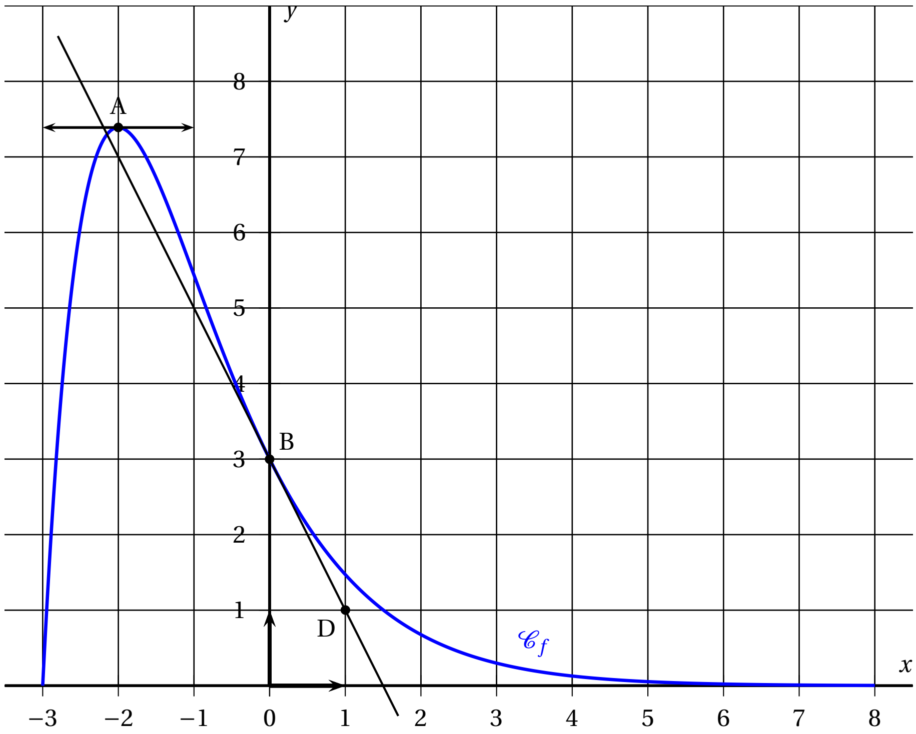
1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
2. a) Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif ?
   b) Montrer que la probabilité que le test soit positif est $0,22$.
   c) Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?
3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.
   On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.
   a) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
   b) Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.
   c) Calculer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Dans le repère orthonormé ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\ ;\ 8]$. On note f' sa dérivée.
A est le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse -2.
B est le point de $\mathscr{C}_f$ de coordonnées $(0\ ;\ 3)$.
La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A est horizontale.
La droite T est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0 et elle passe par le point $\mathrm{D}(1\ ;\ 1)$.



À l'aide du graphique :

1. Donner la valeur de $f'(-2)$.
2. Interpréter géométriquement $f'(0)$ et donner sa valeur.

Partie B

On admet désormais que la fonction f de la partie A est définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 8]$ par

$$f(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x}.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	dériver $(x+3) * \exp(-x)$
	$\exp(-x) + (x+3) * (-\exp(-x))$
2	factoriser (dériver$(x+3) * \exp(-x)$)
	$(-x-2) * \exp(-x)$

1. Étudier le signe de la dérivée de la fonction f.
2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-3\ ;\ 8]$.
3. a) Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution α sur $[-3\ ;\ -2]$.
   b) Donner une valeur approchée de α à 0,01 près.
4. a) Justifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 8]$ par :

$$F(x) = (-x-4)\mathrm{e}^{-x}$$

   est une primitive de f sur le même intervalle.