Produit scalaire dans l'espace

A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

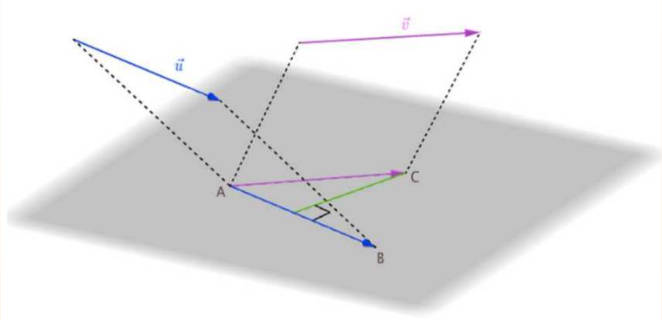
2022-2023

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace. Soient A, B et C trois points tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

Il existe au moins un plan P contenant les points A, B et C.

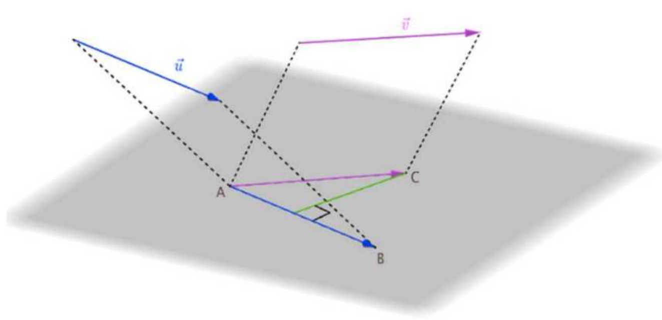
Définition

On appelle produit scalaire de l'espace de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté ....



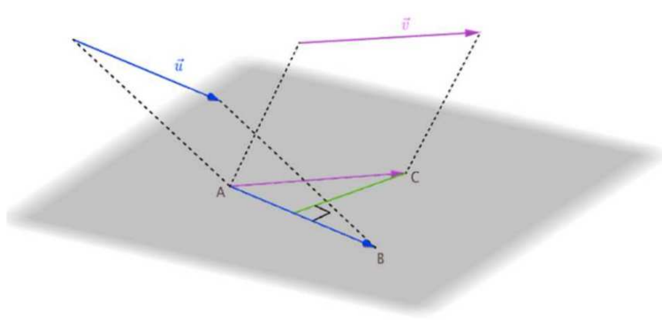
Définition

On appelle produit scalaire de l'espace de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$, le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans le plan P.



Définition

On appelle produit scalaire de l'espace de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$, le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans le plan P.



On a ainsi, (rappels de première) :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

On a ainsi, (rappels de première) :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$

On a ainsi, (rappels de première) :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$

  ....

On a ainsi, (rappels de première) :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(|| \vec{u} + \vec{v} ||^2 - || \vec{u} ||^2 - || \vec{v} ||^2\right)$

  $= \frac{1}{2}\left(|| \vec{u} ||^2 + || \vec{v} ||^2 - || \vec{u} - \vec{v} ||^2\right)$

On a ainsi, (rappels de première) :

- $$\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)$$
  $$=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$$
- si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $\vec{v}=\vec{0}$, alors ....

On a ainsi, (rappels de première) :

- $$\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)$$
  $$=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$$
- si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $\vec{v}=\vec{0}$, alors $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

On a ainsi, (rappels de première) :

- $$\begin{aligned}\vec{u}\cdot\vec{v} &= \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)\\ &= \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)\end{aligned}$$
- si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $\vec{v}=\vec{0}$, alors $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

Définition (Définition avec l'angle :)

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Définition (Définition avec l'angle :)

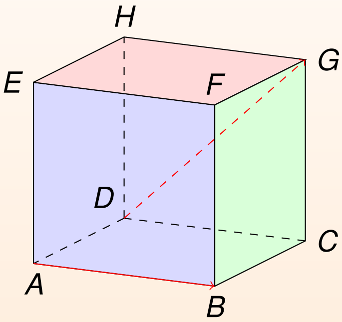
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = || \vec{u} || \times || \vec{v} || \times \cos\left(\vec{u} ; \vec{v}\right)$$

Définition (Définition avec l'angle :)

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = || \overrightarrow{u} || \times || \overrightarrow{v} || \times \cos\left(\overrightarrow{u}\,; \overrightarrow{v}\right)$$

Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.

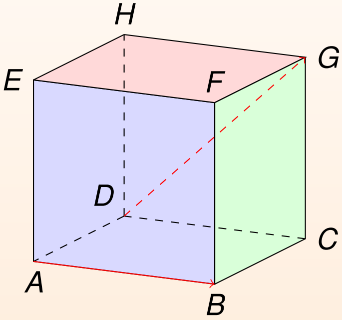


$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} \quad =$

Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.

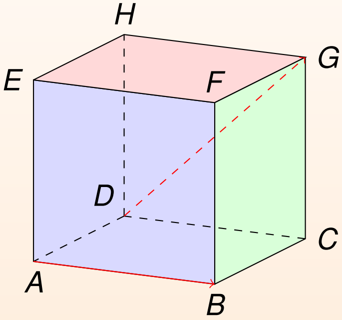
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} \quad = \quad \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$$



Exemple

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a.

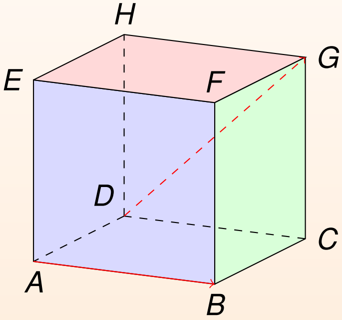
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} &= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF} \\ &= ||\overrightarrow{AB}||.||\overrightarrow{AF}|| \times \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}\right)\end{aligned}$$



Exemple

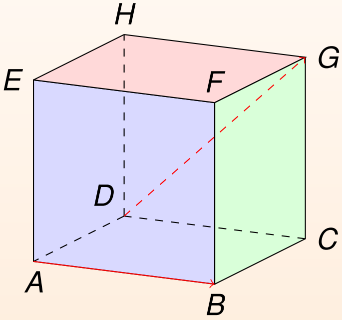
ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} &= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF} \\ &= ||\overrightarrow{AB}||.||\overrightarrow{AF}|| \times \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}\right) \\ &= a \times \sqrt{2}a \times \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$



Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.



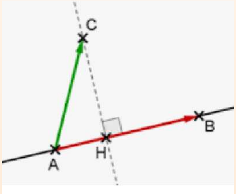
$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} &= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF} \\
&= ||\overrightarrow{AB}||.||\overrightarrow{AF}|| \times \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}\right) \\
&= a \times \sqrt{2}a \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\
&= a^2
\end{aligned}
$$

Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB)

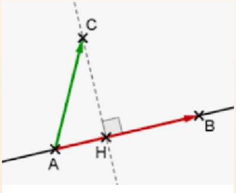
Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB)



Définition (avec le projeté orthogonal :)

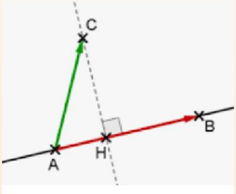
Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :



Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :

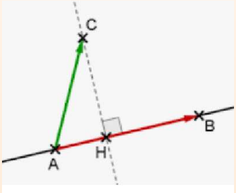
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}=$................ ....



Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$ ....

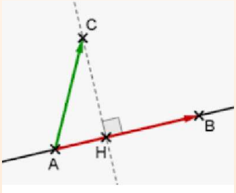


Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ....

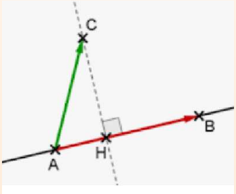


Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de même sens,



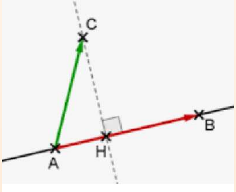
Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de même sens,

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$



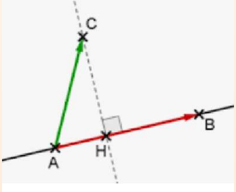
Définition (avec le projeté orthogonal :)

Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de même sens,

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens différents.



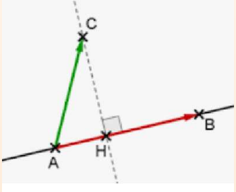
Définition (avec le projeté orthogonal :)

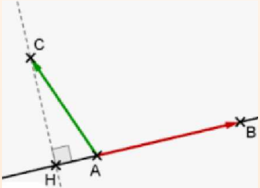
Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) et K le projeté orthogonal de B sur (AC), alors :

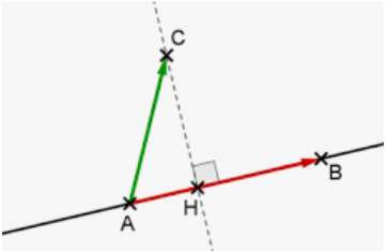
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AC}$

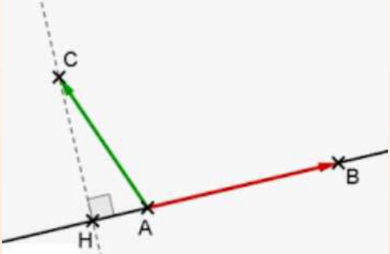
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de même sens,

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens différents.






C
B
H
A


C
B
H
A

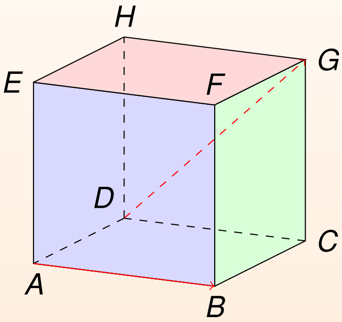
Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} =$$

$$=$$

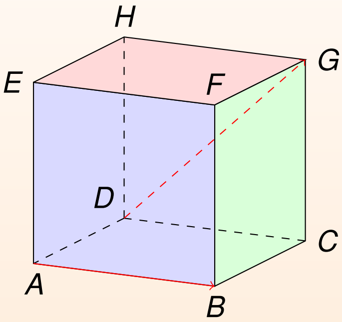
$$=$$



Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.

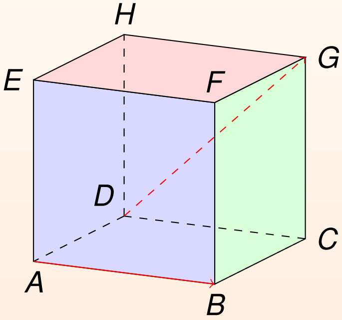
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$$
$$=$$
$$=$$



Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.

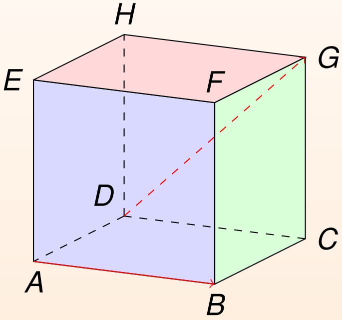
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} &= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}\\ &= AB \times AB\\ &= \end{aligned}$$



Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} &= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}\\ &= AB \times AB\\ &= a^2\end{aligned}$$



Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel.
Alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{u} =$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel. Alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = || \vec{u} ||^2 = \vec{u}^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} =$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel.
Alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = ||\vec{u}||^2 = \vec{u}^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) =$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel. Alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = || \vec{u} ||^2 = \vec{u}^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$$

$$(k \vec{u}) \cdot \vec{v} =$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel. Alors :

$$\vec{u}\cdot\vec{u} = ||\vec{u}||^2 = \vec{u}^2$$
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}$$
$$\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$$
$$(k\,\vec{u})\cdot\vec{v} = k(\vec{u}\cdot\vec{v}) = \vec{u}\cdot(k\,\vec{v})$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel. Alors :

$$(\vec{u}+\vec{v})^2 =$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel. Alors :

$$(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\,\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$$

$$(\vec{u} - \vec{v})^2 =$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel. Alors :

$$(\vec{u}+\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\,\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}^2$$

$$(\vec{u}-\vec{v})^2 = \vec{u}^2 - 2\,\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}^2$$

$$(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v}) =$$

Propriété

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace et k un réel. Alors :

$$(\vec{u}+\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\,\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}^2$$

$$(\vec{u}-\vec{v})^2 = \vec{u}^2 - 2\,\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}^2$$

$$(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$$

Propriété

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de l'espace.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si . . . .

Remarque

Le vecteur nul est . . . .

Propriété

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de l'espace.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Remarque

Le vecteur nul est ....

Propriété

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de l'espace.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- Si $(x; y; z)$ et $(x'; y'; z')$ sont les coordonnées respectives des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans un repère orthonormé, alors :

. . . .

Remarque

Le vecteur nul est . . . .

Propriété

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de l'espace.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- Si $(x; y; z)$ et $(x'; y'; z')$ sont les coordonnées respectives des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans un repère orthonormé, alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz' \quad \text{et} \quad || \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Remarque

Le vecteur nul est ....

Propriété

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de l'espace.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- Si $(x; y; z)$ et $(x'; y'; z')$ sont les coordonnées respectives des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans un repère orthonormé, alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz' \quad \text{et} \quad || \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Remarque

Le vecteur nul est . . . .

Propriété

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de l'espace.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- Si $(x; y; z)$ et $(x'; y'; z')$ sont les coordonnées respectives des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans un repère orthonormé, alors :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz' \quad \text{et} \quad || \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Remarque

Le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs.

Propriété

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de l'espace.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

- Si $(x; y; z)$ et $(x'; y'; z')$ sont les coordonnées respectives des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans un repère orthonormé, alors :

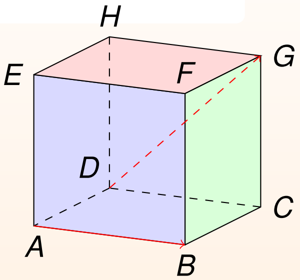
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz' \quad \text{et} \quad || \vec{u} || = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Remarque

Le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs.

Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.



$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} =$$
$$=$$

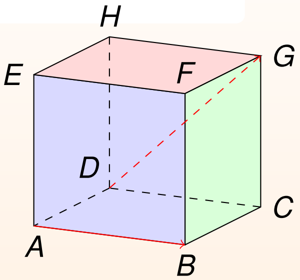
Exemple

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a.

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} =$$

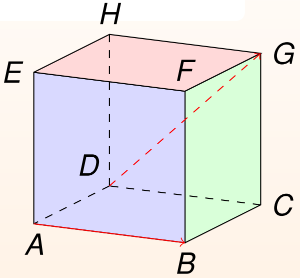
$$=$$

Dans le repère $\left(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AE}\right)$



Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.



$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} =$$

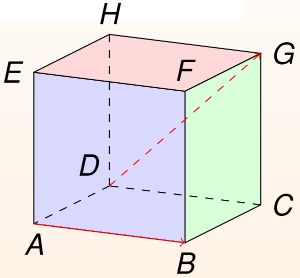
$$=$$

Dans le repère $(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AE})$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.



$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} =$$

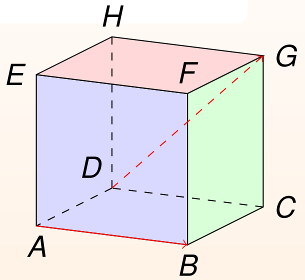
$$=$$

Dans le repère $\left(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AE}\right)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête a.



$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} =$$

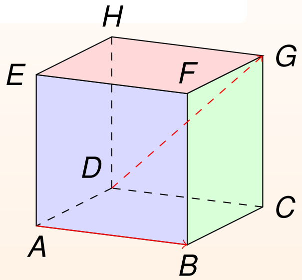
$$=$$

Dans le repère $(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AE})$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DG}$ a pour coordonnées :

Exemple

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a.



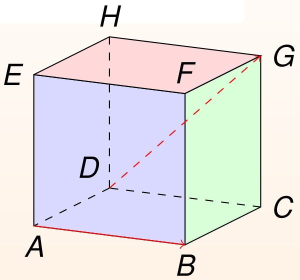
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} =$$
$$=$$

Dans le repère $(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AE})$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DG}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$

Exemple

ABCDEFGH est un cube d'arête *a*.



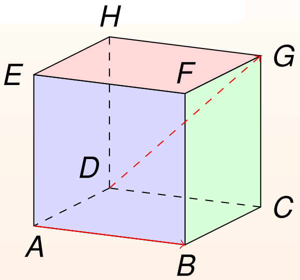
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} = a \times a + 0 \times 0 + 0 \times a$$
$$=$$

Dans le repère $(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AE})$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DG}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$

Exemple

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DG} &= a\times a+0\times 0+0\times a\\ &= a^2\end{aligned}$$

Dans le repère $(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}; \frac{1}{a}\overrightarrow{AE})$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DG}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$

Définition

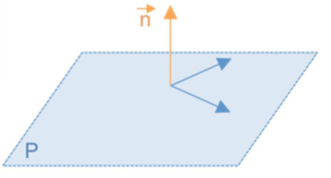
Un vecteur normal $\vec{n}$ à un plan P est ....
....

Définition

Un vecteur normal $\overrightarrow{n}$ à un plan P est un vecteur directeur d'une droite orthogonale à P.

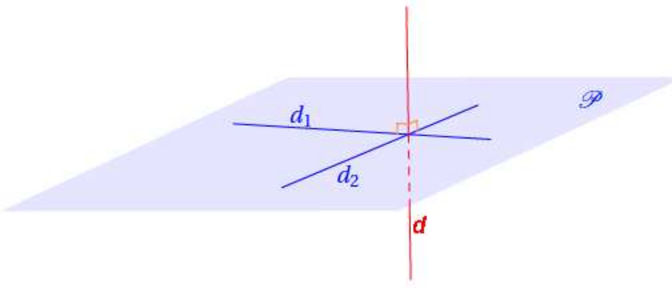
Définition

Un vecteur normal $\vec{n}$ à un plan P est un vecteur directeur d'une droite orthogonale à P.



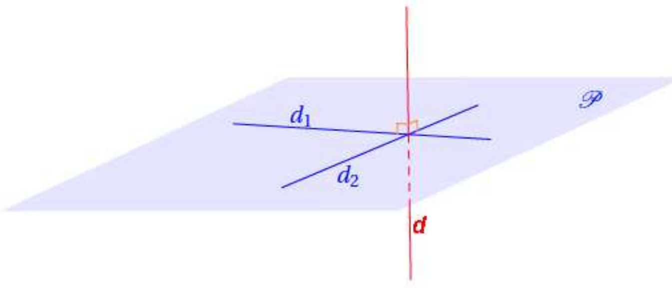
Théorème

Une droite d est orthogonale à toute droite d'un plan P si et seulement si ....



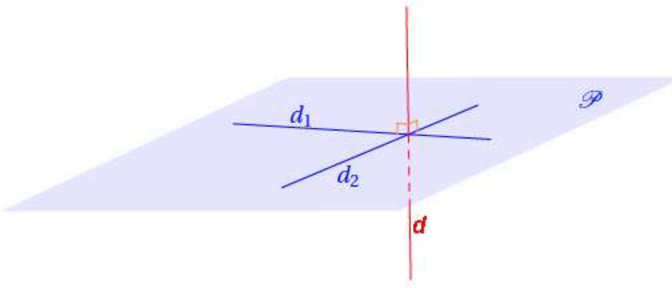
Théorème

Une droite d est orthogonale à toute droite d'un plan P si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes d_1 et d_2 de ce plan.



Théorème

Une droite d est orthogonale à toute droite d'un plan P si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes d_1 et d_2 de ce plan.



Preuve (exigible)

$\Rightarrow$: si d est orthogonale à toute droite du plan P, ...
. . . .

Preuve (exigible)

$\Rightarrow$: si d est orthogonale à toute droite du plan P, ...
. . . .

Preuve (exigible)

$\Rightarrow$: si d est orthogonale à toute droite du plan P, ...

....

Preuve (exigible)

$\Rightarrow$: si d est orthogonale à toute droite du plan P, elle est en particulier orthogonale aux droites d_1 et d_2 contenues dans P.

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.
Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors ....
....

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.

Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.
Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur $\vec{w}$.
Les droites d_1 et d_2 sont sécantes, donc ....
....
....

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.
Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur $\vec{w}$.
Les droites d_1 et d_2 sont sécantes, donc les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ ne sont pas colinéaires, et constituent donc une base du plan P. Ainsi, il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}$.

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.
Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur $\vec{w}$.
Les droites d_1 et d_2 sont sécantes, donc les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ ne sont pas colinéaires, et constituent donc une base du plan P. Ainsi, il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\ \vec{v_1} + y\ \vec{v_2}$.
On a alors : $\vec{u} \cdot \vec{w} =$.....................................

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.

Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.

Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur $\vec{w}$.

Les droites d_1 et d_2 sont sécantes, donc les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ ne sont pas colinéaires, et constituent donc une base du plan P. Ainsi, il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}$.

On a alors : $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot (x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}) = x\,\vec{u} \cdot \vec{v_1} + y\,\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.

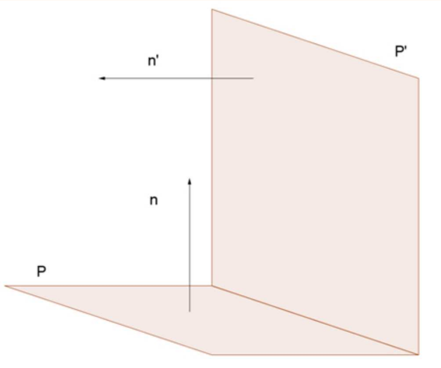
$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.
Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur $\vec{w}$.
Les droites d_1 et d_2 sont sécantes, donc les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ ne sont pas colinéaires, et constituent donc une base du plan P. Ainsi, il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}$.
On a alors : $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot (x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}) = x\,\vec{u} \cdot \vec{v_1} + y\,\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ....
....

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.
Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur $\vec{w}$.
Les droites d_1 et d_2 sont sécantes, donc les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ ne sont pas colinéaires, et constituent donc une base du plan P. Ainsi, il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}$.
On a alors : $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot (x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}) = x\,\vec{u} \cdot \vec{v_1} + y\,\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux, et donc la droite d est orthogonale à la droite Δ.

$\Leftarrow$: réciproquement on note $\vec{u}$, $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ des vecteurs directeurs des droites d, d_1 et d_2.
Comme d est orthogonale à d_1 et d_2, alors $\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 0$ et $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur $\vec{w}$.
Les droites d_1 et d_2 sont sécantes, donc les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ ne sont pas colinéaires, et constituent donc une base du plan P. Ainsi, il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}$.
On a alors : $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot (x\,\vec{v_1} + y\,\vec{v_2}) = x\,\vec{u} \cdot \vec{v_1} + y\,\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 0$.
Donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux, et donc la droite d est orthogonale à la droite Δ.

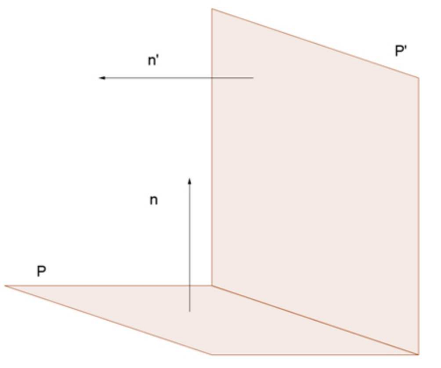
Propriété

P et P' sont deux plans, de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$. Dire que les plans P et P' sont perpendiculaires signifie que . . . .



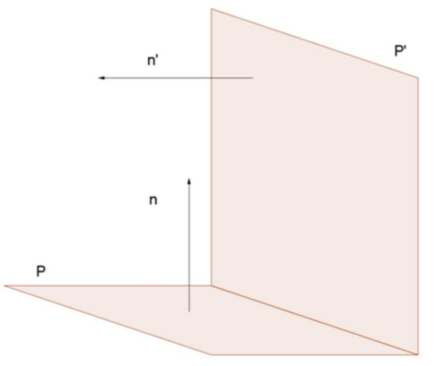
Propriété

P et P' sont deux plans, de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$. Dire que les plans P et P' sont perpendiculaires signifie que $\vec{n} \cdot \vec{n'} = 0$.



Propriété

P et P' sont deux plans, de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$. Dire que les plans P et P' sont perpendiculaires signifie que $\vec{n} \cdot \vec{n'} = 0$.



Théorème

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k}\,)$.
Un plan P de vecteur normal $\vec{n}\ (a; b; c)$ non nul admet une équation cartésienne de la forme ....
....

Théorème

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k})$.
Un plan P de vecteur normal $\vec{n}\ (a; b; c)$ non nul admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + cz + d = 0$ avec $d \in \mathbb{R}$.

Théorème

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
Un plan P de vecteur normal $\vec{n}$ $(a; b; c)$ non nul admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + cz + d = 0$ avec $d \in \mathbb{R}$.
Réciproquement, si a, b et c sont trois réels non tous nuls, l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que ....

....

Théorème

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k})$.
Un plan P de vecteur normal $\vec{n}\ (a; b; c)$ non nul admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + cz + d = 0$ avec $d \in \mathbb{R}$.
Réciproquement, si a, b et c sont trois réels non tous nuls, l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que $ax + by + cz + d = 0$, avec $d \in \mathbb{R}$, est un plan de vecteur normal $\vec{n}$ $(a; b; c)$.

Théorème

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,; \vec{k}\,)$.
Un plan P de vecteur normal $\vec{n}$ $(a; b; c)$ non nul admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + cz + d = 0$ avec $d \in \mathbb{R}$.
Réciproquement, si a, b et c sont trois réels non tous nuls, l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que $ax + by + cz + d = 0$, avec $d \in \mathbb{R}$, est un plan de vecteur normal $\vec{n}$ $(a; b; c)$.

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow$..............................

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow$............

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n} = 0$

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow$.......................................

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n} = 0$

$\Leftrightarrow a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$

$\Leftrightarrow$....................................

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + cz - ax_A - by_A - cz_A = 0$

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + cz - ax_A - by_A - cz_A = 0$

$\Leftrightarrow$...

Preuve (exigible)

Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + cz - ax_A - by_A - cz_A = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + cz + d = 0$ avec $d = -ax_A - by_A - cz_A$.

Preuve (exigible)

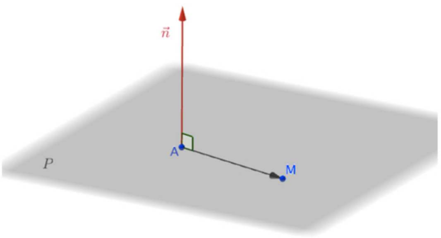
Soit $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de P.

$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + cz - ax_A - by_A - cz_A = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + cz + d = 0$ avec $d = -ax_A - by_A - cz_A$.



Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0 \quad (a, b$ et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point ....
....

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point $A(-d/a; 0; 0)$ vérifie l'équation $ax + by + cz + d = 0$. Et donc $A \in E$.

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point $A(-d/a; 0; 0)$ vérifie l'équation $ax + by + cz + d = 0$. Et donc $A \in E$.
Soit un vecteur $\vec{n}\ (a; b; c)$. Pour tout point $M(x; y; z)$, on a :
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}=$...

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point $A(-d/a; 0; 0)$ vérifie l'équation $ax + by + cz + d = 0$. Et donc $A \in E$.
Soit un vecteur $\vec{n}\,(a; b; c)$. Pour tout point $M(x; y; z)$, on a :
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = a(x + d/a) + b(y - 0) + c(z - 0) = ax + by + cz + d = 0$.

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x;y;z)$ vérifiant l'équation $ax+by+cz+d=0$.
Alors le point $A(-d/a;0;0)$ vérifie l'équation $ax+by+cz+d=0$. Et donc $A \in E$.
Soit un vecteur $\vec{n}\,(a;b;c)$. Pour tout point $M(x;y;z)$, on a :
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = a(x+d/a)+b(y-0)+c(z-0) = ax+by+cz+d = 0$.
E est donc l'ensemble des points $M(x;y;z)$ tels que
. . . .

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point $A(-d/a; 0; 0)$ vérifie l'équation $ax + by + cz + d = 0$. Et donc $A \in E$.
Soit un vecteur $\vec{n}$ $(a; b; c)$. Pour tout point $M(x; y; z)$, on a :
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = a(x + d/a) + b(y - 0) + c(z - 0) = ax + by + cz + d = 0$.
E est donc l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$.

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point $A(-d/a; 0; 0)$ vérifie l'équation $ax + by + cz + d = 0$. Et donc $A \in E$.
Soit un vecteur $\vec{n}\,(a; b; c)$. Pour tout point $M(x; y; z)$, on a :
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = a(x + d/a) + b(y - 0) + c(z - 0) = ax + by + cz + d = 0$.
E est donc l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$.
Donc l'ensemble E est ....
....

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point $A(-d/a; 0; 0)$ vérifie l'équation $ax + by + cz + d = 0$. Et donc $A \in E$.
Soit un vecteur $\vec{n}\,(a; b; c)$. Pour tout point $M(x; y; z)$, on a :
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = a(x+d/a) + b(y-0) + c(z-0) = ax + by + cz + d = 0$.
E est donc l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$.
Donc l'ensemble E est le plan passant par A et de vecteur normal $\vec{n}\,(a; b; c)$.

Réciproquement :

Supposons par exemple que $a \neq 0$ (a, b et c non tous nuls).
On note E l'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$.
Alors le point $A(-d/a; 0; 0)$ vérifie l'équation $ax + by + cz + d = 0$. Et donc $A \in E$.
Soit un vecteur $\vec{n}\,(a; b; c)$. Pour tout point $M(x; y; z)$, on a :
$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = a(x + d/a) + b(y - 0) + c(z - 0) = ax + by + cz + d = 0.$
E est donc l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$.
Donc l'ensemble E est le plan passant par A et de vecteur normal $\vec{n}\,(a; b; c)$.

Remarque

L'équation cartésienne d'un plan n'est pas unique.
Par exemple, le plan d'équation $x + y + 3z + 2 = 0$ a aussi pour équation . . . .

Remarque

L'équation cartésienne d'un plan n'est pas unique.
Par exemple, le plan d'équation $x + y + 3z + 2 = 0$ a aussi pour équation $2x + 2y + 6z + 4 = 0$.

Remarque

L'équation cartésienne d'un plan n'est pas unique.
Par exemple, le plan d'équation $x + y + 3z + 2 = 0$ a aussi pour équation $2x + 2y + 6z + 4 = 0$.

Propriété

Si les triplets $(a; b; c)$ et $(a'; b'; c')$ ne sont pas proportionnels, le système

$$\left\{\begin{array}{rcl} ax + by + cz + d & = & 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' & = & 0 \end{array}\right.$$

caractérise ....
....

Propriété

Si les triplets $(a; b; c)$ et $(a'; b'; c')$ ne sont pas proportionnels, le système

$$\left\{\begin{array}{ccc} ax + by + cz + d & = & 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' & = & 0 \end{array}\right.$$

caractérise une droite et il est appelé système d'équations cartésiennes de cette droite.

Propriété

Si les triplets $(a; b; c)$ et $(a'; b'; c')$ ne sont pas proportionnels, le système

$$\begin{cases} ax + by + cz + d & = & 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' & = & 0 \end{cases}$$

caractérise une droite et il est appelé système d'équations cartésiennes de cette droite.

Preuve

Si les vecteurs $\vec{n}\ (a; b; c)$ et $\vec{n'}\ (a'; b'; c')$ ne sont pas colinéaires, alors les plans P et P' d'équations respectives $ax + by + cz + d = 0$ et $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ sont ....

Preuve

Si les vecteurs $\overrightarrow{n}(a; b; c)$ et $\overrightarrow{n'}(a'; b'; c')$ ne sont pas colinéaires, alors les plans P et P' d'équations respectives $ax + by + cz + d = 0$ et $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ sont sécants selon une seule droite.

Preuve

Si les vecteurs $\overrightarrow{n}\ (a; b; c)$ et $\overrightarrow{n'}\ (a'; b'; c')$ ne sont pas colinéaires, alors les plans P et P' d'équations respectives $ax + by + cz + d = 0$ et $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ sont sécants selon une seule droite.

Définition

On considère un plan $\mathcal{P}$ de l'espace dont on connait un vecteur normal $\overrightarrow{n}$ et un point M extérieur au plan $\mathcal{P}$. Le projeté orthogonal de M sur $\mathcal{P}$ est l'intersection du plan et de la droite de vecteur directeur $\overrightarrow{n}$ passant par M.

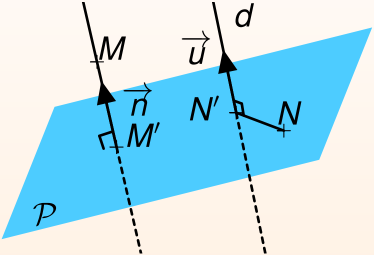
Définition

On considère un plan $\mathcal{P}$ de l'espace dont on connait un vecteur normal $\overrightarrow{n}$ et un point M extérieur au plan $\mathcal{P}$. Le projeté orthogonal de M sur $\mathcal{P}$ est l'intersection du plan et de la droite de vecteur directeur $\overrightarrow{n}$ passant par M.

Définition

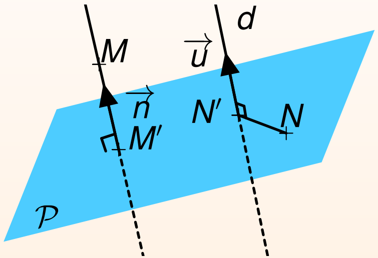
On considère une droite d de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ et un point M extérieur à cette droite ; le projeté orthogonal de M sur d est l'intersection du plan normal à $\overrightarrow{u}$ passant par M avec la droite d

Exemple



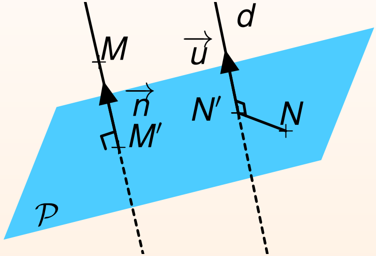
Exemple

Le point M' est le projeté orthogonal du point M sur le plan $\mathcal{P}$ (en bleu).



Exemple

Le point M' est le projeté orthogonal du point M sur le plan $\mathcal{P}$ (en bleu).
Le point N' est le projeté orthogonal du point N sur la droite d.



Définition

Soient $\mathcal{P}$ un plan et A un point. La distance du point A au plan $\mathcal{P}$ est la plus petite des longueurs AM où $M \in \mathcal{P}$.

Définition

Soient $\mathcal{P}$ un plan et A un point. La distance du point A au plan $\mathcal{P}$ est la plus petite des longueurs AM où $M \in \mathcal{P}$.

Propriété

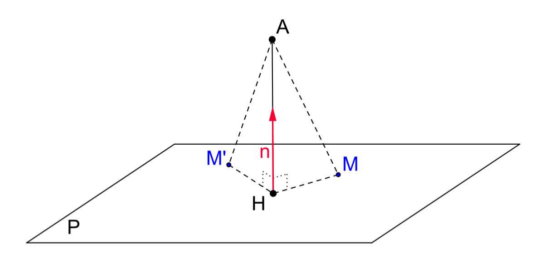
Si on note H le projeté orthogonale de A sur le plan $\mathcal{P}$, alors $d(A, \mathcal{P}) = AH$.

Définition

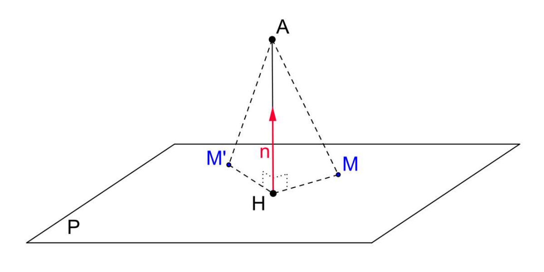
Soient $\mathcal{P}$ un plan et A un point. La distance du point A au plan $\mathcal{P}$ est la plus petite des longueurs AM où $M \in \mathcal{P}$.

Propriété

Si on note H le projeté orthogonale de A sur le plan $\mathcal{P}$, alors $d(A, \mathcal{P}) = AH$.

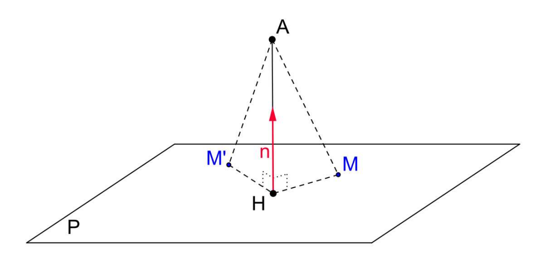


Preuve exigible : Propriété à démontrer : « $d(A, \mathcal{P}) = AH$ »



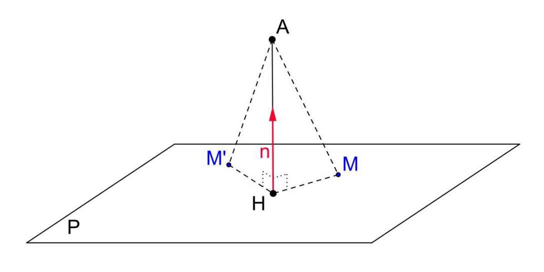
Preuve exigible : Propriété à démontrer : « $d(A, \mathcal{P}) = AH$ »

Soit M un point quelconque du plan $\mathcal{P}$.



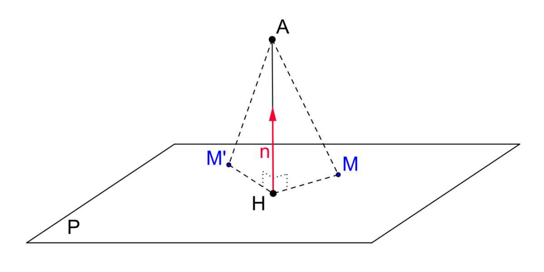
Preuve exigible : Propriété à démontrer : « $d(A, \mathcal{P}) = AH$ »

Soit M un point quelconque du plan $\mathcal{P}$. Pour tout $M \neq H$, le triangle AHM est rectangle en H,



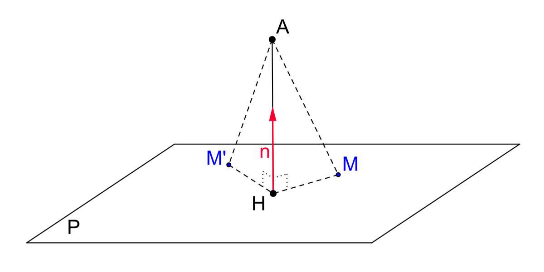
Preuve exigible : Propriété à démontrer : « $d(A, \mathcal{P}) = AH$ »

Soit M un point quelconque du plan $\mathcal{P}$. Pour tout $M \neq H$, le triangle AHM est rectangle en H, donc $AM > AH$.



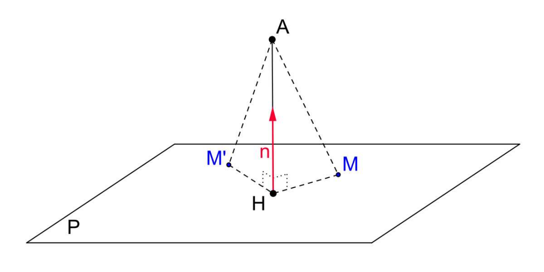
Preuve exigible : Propriété à démontrer : « $d(A, \mathcal{P}) = AH$ »

Soit M un point quelconque du plan $\mathcal{P}$. Pour tout $M \neq H$, le triangle AHM est rectangle en H, donc $AM > AH$. Ainsi, AH est bien la plus petite des longueurs de $d(A, \mathcal{P}) = AH$.



Preuve exigible : Propriété à démontrer : « $d(A, \mathcal{P}) = AH$ »

Soit M un point quelconque du plan $\mathcal{P}$. Pour tout $M \neq H$, le triangle AHM est rectangle en H, donc $AM > AH$. Ainsi, AH est bien la plus petite des longueurs de $d(A, \mathcal{P}) = AH$. ∎



Exemple

Déterminer la dist. entre $A(-1;3;2)$ et $\mathcal{P} : x-3y+2z-4=0$:

Exemple

Déterminer la dist. entre $A(-1;3;2)$ et $\mathcal{P} : x-3y+2z-4=0$:

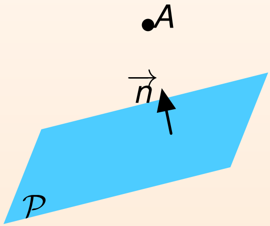
1) Déterminons les coordonnées d'un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$

Exemple

Déterminer la dist. entre $A(-1;3;2)$ et $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$:

1) Déterminons les coordonnées d'un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$

Le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

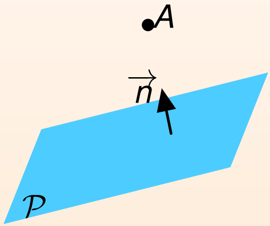


Exemple

Déterminer la dist. entre $A(-1;3;2)$ et $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$:

1) Déterminons les coordonnées d'un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$

Le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\\dots\\\dots\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

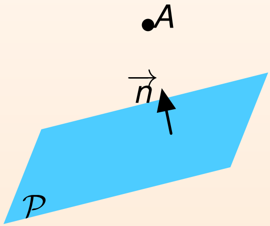


Exemple

Déterminer la dist. entre $A(-1;3;2)$ et $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$:

1) Déterminons les coordonnées d'un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$

Le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ \dots \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.

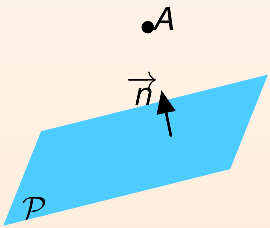


Exemple

Déterminer la dist. entre $A(-1;3;2)$ et $\mathcal{P} : x-3y+2z-4=0$:

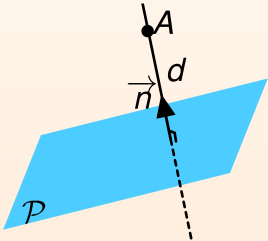
1) Déterminons les coordonnées d'un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$

Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$.



Exemple

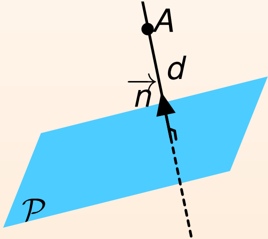
$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$:



Exemple

$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x-3y+2z-4=0$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$:

2) On détermine une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ passant par A.

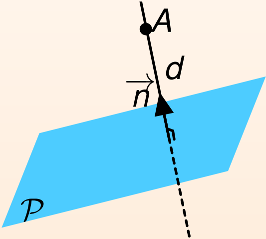


Exemple

$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x-3y+2z-4=0$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$:

2) On détermine une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ passant par A.

Comme $\overrightarrow{n}$ est normal au plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{n}$ est un vecteur .... de la droite d.

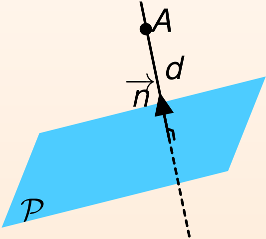


Exemple

$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $\vec{n}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$:

2) On détermine une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ passant par A.

Comme $\vec{n}$ est normal au plan $\mathcal{P}$, $\vec{n}$ est un vecteur directeur de la droite d.



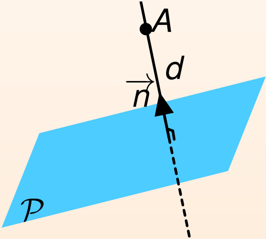
Exemple

$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$:

2) On détermine une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ passant par A.

Comme $\overrightarrow{n}$ est normal au plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{n}$ est un vecteur directeur de la droite d.

Donc : $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & \dots\dots\dots \\ y & = & \dots\dots\dots \\ z & = & \dots\dots\dots \end{array}\right.$ est un représentation paramétrique de la droite d.



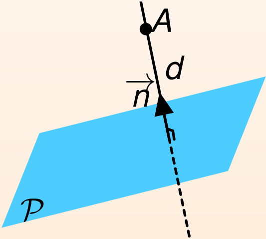
Exemple

$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$:

2) On détermine une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ passant par A.

Comme $\overrightarrow{n}$ est normal au plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{n}$ est un vecteur directeur de la droite d.

Donc : $\left\{ \begin{array}{lll} x & = & t-1 \\ y & = & \ldots\ldots\ldots \\ z & = & \ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$ est un représentation paramétrique de la droite d.



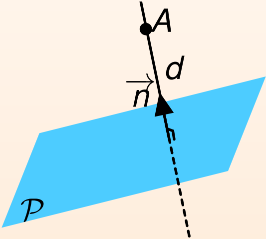
Exemple

$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x-3y+2z-4=0$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$:

2) On détermine une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ passant par A.

Comme $\vec{n}$ est normal au plan $\mathcal{P}$, $\vec{n}$ est un vecteur directeur de la droite d.

Donc : $\begin{cases} x = t-1 \\ y = -3t+3 \\ z = \dots\dots\dots \end{cases}$ est un représentation paramétrique de la droite d.



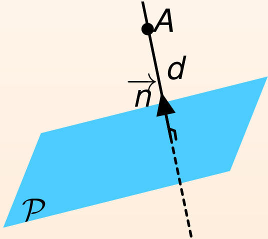
Exemple

$A(-1;3;2)$, $\mathcal{P} : x-3y+2z-4=0$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$:

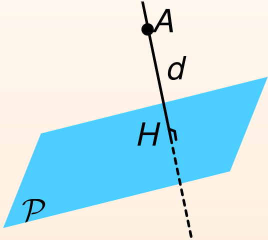
2) On détermine une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$ passant par A.

Comme $\overrightarrow{n}$ est normal au plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{n}$ est un vecteur directeur de la droite d.

Donc : $\begin{cases} x = t-1 \\ y = -3t+3 \\ z = 2t+2 \end{cases}$ est un représentation paramétrique de la droite d.

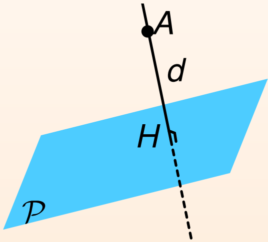


Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$



Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & t - 1 \\ y & = & -3t + 3 \\ z & = & 2t + 2 \end{array} \right.$

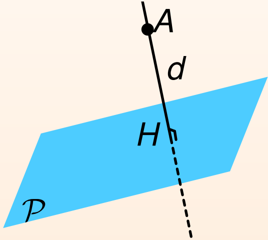
3) On détermine les coordonnées du point H intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$. (Le point H est également le projeté orthogonal de A sur le plan $\mathcal{P}$)



Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$

3) On détermine les coordonnées du point H intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$.

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

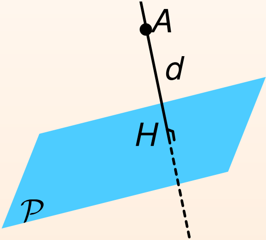


Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$

3) On détermine les coordonnées du point H intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$*.*

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

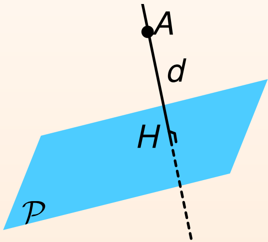
$$\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$



Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$

3) On détermine les coordonnées du point H intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$.

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :



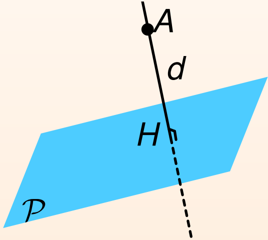
$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 4 = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$

3) On détermine les coordonnées du point H intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$.

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 4 = 0 \\ x = t - 1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

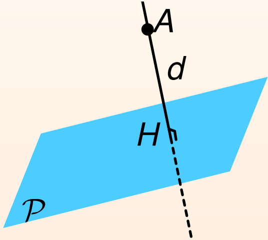


Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$

3) On détermine les coordonnées du point H intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$.

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

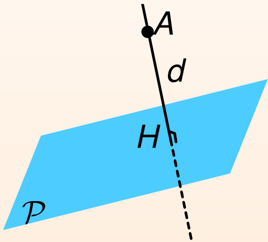
$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 4 = 0 \\ x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$



Rappel : $\mathcal{P} : x - 3y + 2z - 4 = 0$ et $d : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$

3) On détermine les coordonnées du point H intersection entre la droite d et le plan $\mathcal{P}$.

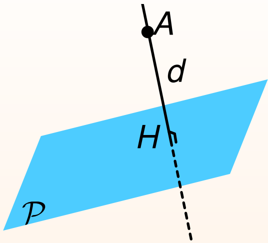
Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :



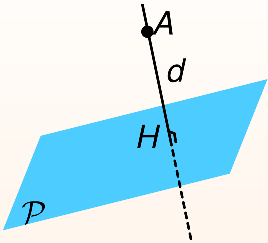
$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 4 = 0 \\ x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x - 3y + 2z - 4 & = & 0 \\ x & = & t - 1 \\ y & = & -3t + 3 \\ z & = & 2t + 2 \end{array}\right.$$



Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

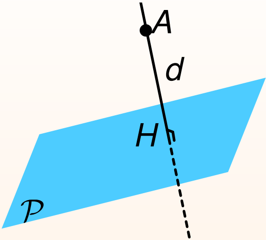


$$\left\{\begin{array}{rcl} x-3y+2z-4 & = & 0 \\ x & = & t-1 \\ y & = & -3t+3 \\ z & = & 2t+2 \end{array}\right.$$

D'où :

$$x-3y+2z-4=0$$

Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

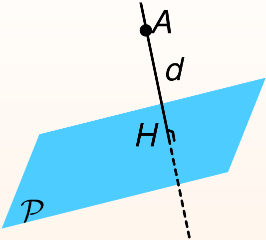


$$\left\{\begin{array}{lcl} x-3y+2z-4 & = & 0 \\ x & = & t-1 \\ y & = & -3t+3 \\ z & = & 2t+2 \end{array}\right.$$

D'où :

$$t-1-3y+2z-4=0$$

Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

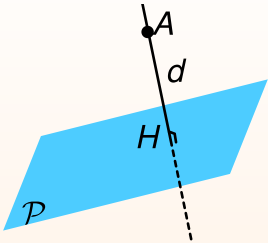


$$\left\{\begin{array}{ccc} x-3y+2z-4 & = & 0 \\ x & = & t-1 \\ y & = & -3t+3 \\ z & = & 2t+2 \end{array}\right.$$

D'où :

$$t-1-3(-3t+3)+2z-4=0$$

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

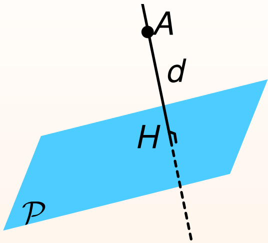


$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 4 = 0 \\ x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$

D'où :

$$t - 1 - 3(-3t + 3) + 2(2t + 2) - 4 = 0$$

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

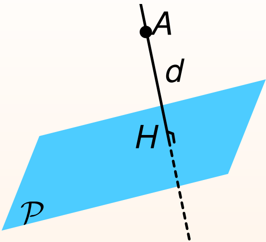


$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 4 = 0 \\ x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$

D'où :

$$t - 1 - 3(-3t + 3) + 2(2t + 2) - 4 = 0$$
$$t - 1 + 9t - 9 + 4t + 4 - 4 = 0$$

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

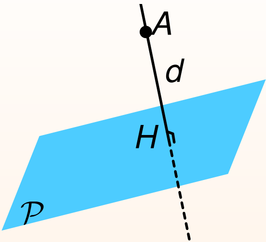


$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 4 &= 0 \\ x &= t - 1 \\ y &= -3t + 3 \\ z &= 2t + 2 \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{aligned} t - 1 - 3(-3t + 3) + 2(2t + 2) - 4 &= 0 \\ t - 1 + 9t - 9 + 4t + 4 - 4 &= 0 \\ 14t - 10 &= 0 \end{aligned}$$

Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :



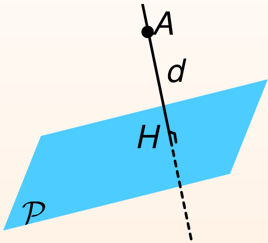
$$\left\{\begin{array}{rcl} x - 3y + 2z - 4 & = & 0 \\ x & = & t - 1 \\ y & = & -3t + 3 \\ z & = & 2t + 2 \end{array}\right.$$

D'où :

$$\begin{aligned} t - 1 - 3(-3t + 3) + 2(2t + 2) - 4 &= 0 \\ t - 1 + 9t - 9 + 4t + 4 - 4 &= 0 \\ 14t - 10 &= 0 \\ t &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

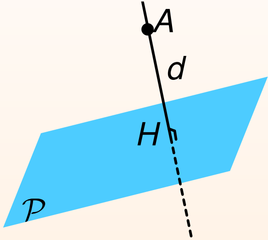
Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} t = \dfrac{5}{7} \\ x = t - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$



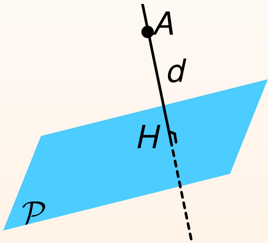
Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} t = \dfrac{5}{7} \\ x = \dfrac{5}{7} - 1 \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$



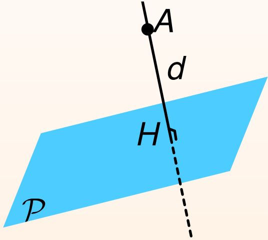
Le point $H(x; y; z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} t = \frac{5}{7} \\ x = \frac{5}{7} - 1 = -\frac{2}{7} \\ y = -3t + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$



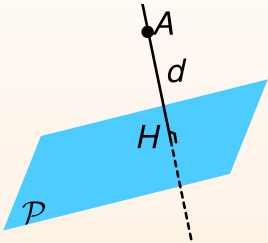
Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} t = \dfrac{5}{7} \\ x = \dfrac{5}{7} - 1 = -\dfrac{2}{7} \\ y = -3 \times \dfrac{5}{7} + 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$



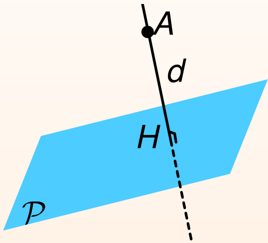
Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} t = \dfrac{5}{7} \\ x = \dfrac{5}{7} - 1 = -\dfrac{2}{7} \\ y = -3 \times \dfrac{5}{7} + 3 = \dfrac{6}{7} \\ z = 2t + 2 \end{cases}$$



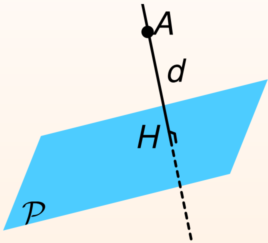
Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} t = \dfrac{5}{7} \\ x = \dfrac{5}{7} - 1 = -\dfrac{2}{7} \\ y = -3 \times \dfrac{5}{7} + 3 = \dfrac{6}{7} \\ z = 2 \times \dfrac{5}{7} + 2 \end{cases}$$

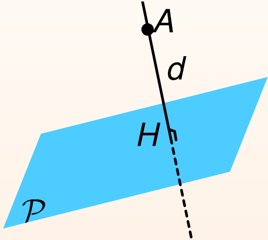


Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

$$\begin{cases} t = \dfrac{5}{7} \\ x = \dfrac{5}{7} - 1 = -\dfrac{2}{7} \\ y = -3 \times \dfrac{5}{7} + 3 = \dfrac{6}{7} \\ z = 2 \times \dfrac{5}{7} + 2 = \dfrac{24}{7} \end{cases}$$

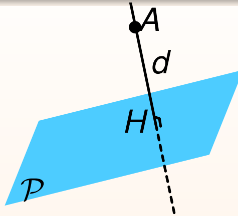


Le point $H(x;y;z)$ étant à la fois sur la droite d et le plan $\mathcal{P}$. Ses coordonnées vérifient donc :

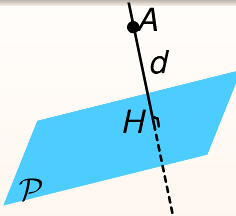


$$\begin{cases} t = \dfrac{5}{7} \\ x = \dfrac{5}{7} - 1 = -\dfrac{2}{7} \\ y = -3\times\dfrac{5}{7} + 3 = \dfrac{6}{7} \\ z = 2\times\dfrac{5}{7} + 2 = \dfrac{24}{7} \end{cases}$$

Donc le point H a pour coordonnées $H\left(-\dfrac{2}{7};\dfrac{6}{7};\dfrac{24}{7}\right)$

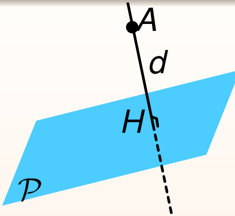


Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\frac{2}{7};\frac{6}{7};\frac{24}{7}\right)$



Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\dfrac{2}{7};\dfrac{6}{7};\dfrac{24}{7}\right)$

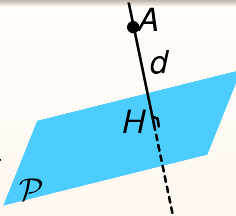
4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH



Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\frac{2}{7};\frac{6}{7};\frac{24}{7}\right)$

4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH = \sqrt{\left(\frac{-2}{7}-(-1)\right)^2+\left(\frac{6}{7}-3\right)^2+\left(\frac{24}{7}-2\right)^2}$$

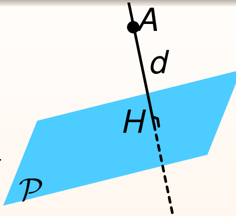


Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\frac{2}{7};\frac{6}{7};\frac{24}{7}\right)$

4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}-(-1)\right)^2+\left(\frac{6}{7}-3\right)^2+\left(\frac{24}{7}-2\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}+\frac{7}{7}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{21}{7}\right)^2+\left(\frac{24}{7}-\frac{14}{7}\right)^2}$$



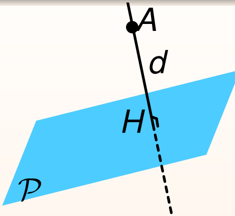
Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\frac{2}{7};\frac{6}{7};\frac{24}{7}\right)$

4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}-(-1)\right)^2+\left(\frac{6}{7}-3\right)^2+\left(\frac{24}{7}-2\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}+\frac{7}{7}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{21}{7}\right)^2+\left(\frac{24}{7}-\frac{14}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2+\left(-\frac{15}{7}\right)^2+\left(\frac{10}{7}\right)^2}$$



Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\dfrac{2}{7};\dfrac{6}{7};\dfrac{24}{7}\right)$

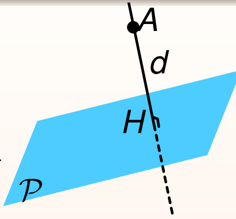
4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}-(-1)\right)^2+\left(\frac{6}{7}-3\right)^2+\left(\frac{24}{7}-2\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}+\frac{7}{7}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{21}{7}\right)^2+\left(\frac{24}{7}-\frac{14}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2+\left(-\frac{15}{7}\right)^2+\left(\frac{10}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\frac{25}{49}+\frac{225}{49}+\frac{100}{49}}$$



Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\frac{2}{7};\frac{6}{7};\frac{24}{7}\right)$

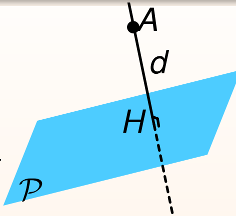
4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}-(-1)\right)^2+\left(\frac{6}{7}-3\right)^2+\left(\frac{24}{7}-2\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}+\frac{7}{7}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{21}{7}\right)^2+\left(\frac{24}{7}-\frac{14}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2+\left(-\frac{15}{7}\right)^2+\left(\frac{10}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\frac{25}{49}+\frac{225}{49}+\frac{100}{49}}=\frac{\sqrt{350}}{7}$$



Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\frac{2}{7};\frac{6}{7};\frac{24}{7}\right)$

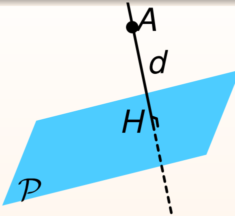
4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}-(-1)\right)^2+\left(\frac{6}{7}-3\right)^2+\left(\frac{24}{7}-2\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}+\frac{7}{7}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{21}{7}\right)^2+\left(\frac{24}{7}-\frac{14}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2+\left(-\frac{15}{7}\right)^2+\left(\frac{10}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\frac{25}{49}+\frac{225}{49}+\frac{100}{49}}=\frac{\sqrt{350}}{7}=\frac{\sqrt{25\times14}}{7}$$



Rappel : $A(-1;3;2)$ et $H\left(-\frac{2}{7};\frac{6}{7};\frac{24}{7}\right)$

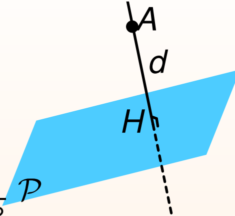
4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}-(-1)\right)^2+\left(\frac{6}{7}-3\right)^2+\left(\frac{24}{7}-2\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{-2}{7}+\frac{7}{7}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{21}{7}\right)^2+\left(\frac{24}{7}-\frac{14}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2+\left(-\frac{15}{7}\right)^2+\left(\frac{10}{7}\right)^2}$$

$$AH=\sqrt{\frac{25}{49}+\frac{225}{49}+\frac{100}{49}}=\frac{\sqrt{350}}{7}=\frac{\sqrt{25\times 14}}{7}=\frac{5\sqrt{14}}{7}$$



4) La distance entre le point A et le plan $\mathcal{P}$ est AH

$$AH = \sqrt{\left(\frac{-2}{7} - (-1)\right)^2 + \left(\frac{6}{7} - 3\right)^2 + \left(\frac{24}{7} - 2\right)^2}$$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{-2}{7} + \frac{7}{7}\right)^2 + \left(\frac{6}{7} - \frac{21}{7}\right)^2 + \left(\frac{24}{7} - \frac{14}{7}\right)^2}$$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2 + \left(-\frac{15}{7}\right)^2 + \left(\frac{10}{7}\right)^2}$$

$$AH = \sqrt{\frac{25}{49} + \frac{225}{49} + \frac{100}{49}} = \frac{\sqrt{350}}{7} = \frac{\sqrt{25 \times 14}}{7} = \frac{5\sqrt{14}}{7}$$

$$\boxed{\text{Ainsi la distance entre le point } A \text{ et le plan } \mathcal{P} \text{ est } \frac{5\sqrt{14}}{7}}$$