Chap 6 : Loi binomiale

A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

2022-2023

Définition

Une .... de paramètre p (compris entre 0 et 1) est une expérience aléatoire comportant deux issues (le succès et l'échec), telle que la probabilité de succès est égale à p.

Définition

Une **épreuve de Bernoulli** de paramètre p (compris entre 0 et 1) est une expérience aléatoire comportant deux issues (le succès et l'échec), telle que la probabilité de succès est égale à p.

Définition

Une **épreuve de Bernoulli** de paramètre p (compris entre 0 et 1) est une expérience aléatoire comportant deux issues (le succès et l'échec), telle que la probabilité de succès est égale à p.

Exemple

- *Le lancer d'une pièce de monnaie équilibrée, où l'obtention de « pile » est un succès, est une épreuve de Bernoulli de paramètre* $\frac{1}{2}$.

Définition

Une **épreuve de Bernoulli** de paramètre p (compris entre 0 et 1) est une expérience aléatoire comportant deux issues (le succès et l'échec), telle que la probabilité de succès est égale à p.

Exemple

- *Le lancer d'une pièce de monnaie équilibrée, où l'obtention de « pile » est un succès, est une épreuve de Bernoulli de paramètre* $\frac{1}{2}$.
- *Essayer de deviner la valeur d'une carte tirée au hasard dans un jeu de 52 cartes est une expérience de Bernoulli de paramètre* $\frac{1}{13}$.

Définition

Une .... est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

Définition

Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

Définition

Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p.

Définition

Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p.
- la probabilité d'obtenir un échec est égale à $1-p$.

Définition

Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p.
- la probabilité d'obtenir un échec est égale à $1-p$.

Convention : Au succès, on peut associer le nombre 1

Définition

Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p.
- la probabilité d'obtenir un échec est égale à $1-p$.

<u>**Convention :**</u> Au succès, on peut associer le nombre 1 et à l'échec, on peut associer le nombre 0.

Définition

Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p.
- la probabilité d'obtenir un échec est égale à $1-p$.

Convention : Au succès, on peut associer le nombre 1 et à l'échec, on peut associer le nombre 0.
Soit la variable aléatoire X qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p.
Dans ce cas, la loi de probabilité de X peut être présentée dans le tableau :

Définition

Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p.
- la probabilité d'obtenir un échec est égale à $1-p$.

<u>Convention :</u> Au succès, on peut associer le nombre 1 et à l'échec, on peut associer le nombre 0.
Soit la variable aléatoire X qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p.
Dans ce cas, la loi de probabilité de X peut être présentée dans le tableau :

x_i	1	0
$p(X=x_i)$	p	$1-p$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = \ldots$
- $V(X) = \ldots\ldots$
- $\sigma(X) = \ldots\ldots$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = \ldots\ldots$
- $\sigma(X) = \ldots\ldots$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \ldots\ldots$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Démonstration :

$$E(X) =$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Démonstration :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$ • $V(X) = p(1-p)$ • $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Démonstration :

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n \\ &= 1 \times p + 0 \times (1-p) \end{aligned}$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Démonstration :

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n \\ &= 1 \times p + 0 \times (1-p) = p \end{aligned}$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Démonstration :

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n \\ &= 1 \times p + 0 \times (1-p) = p \end{aligned}$$

Donc l'espérance d'une loi de Bernoulli de paramètre p vaut $E(X) = p$.

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$Var(X) \quad =$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$Var(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \left(x_i - E(X)\right)^2$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$\begin{aligned} Var(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i \left(x_i - E(X)\right)^2 \\ &= p_1\left(x_1 - E(X)\right)^2 + p_2\left(x_2 - E(X)\right)^2 + \cdots + p_n\left(x_n - E(X)\right) \end{aligned}$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$\begin{aligned}
Var(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i\left(x_i - E(X)\right)^2 \\
&= p_1\left(x_1 - E(X)\right)^2 + p_2\left(x_2 - E(X)\right)^2 + \cdots + p_n\left(x_n - E(X)\right) \\
&= p \times (1-p)^2 + (1-p) \times (0-p)^2
\end{aligned}$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$ • $V(X) = p(1-p)$ • $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$\begin{aligned}
Var(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i\left(x_i - E(X)\right)^2 \\
&= p_1\left(x_1 - E(X)\right)^2 + p_2\left(x_2 - E(X)\right)^2 + \cdots + p_n\left(x_n - E(X)\right) \\
&= p \times (1-p)^2 + (1-p) \times (0-p)^2 \\
&= p \times (1-p)^2 + p^2 \times (1-p)
\end{aligned}$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$\begin{aligned}
Var(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i \left(x_i - E(X)\right)^2 \\
&= p_1\left(x_1 - E(X)\right)^2 + p_2\left(x_2 - E(X)\right)^2 + \cdots + p_n\left(x_n - E(X)\right) \\
&= p \times (1-p)^2 + (1-p) \times (0-p)^2 \\
&= p \times (1-p)^2 + p^2 \times (1-p) \\
&= p(1-p)(1-p+p) \quad =
\end{aligned}$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$
\begin{aligned}
Var(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i\left(x_i - E(X)\right)^2 \\
&= p_1\left(x_1 - E(X)\right)^2 + p_2\left(x_2 - E(X)\right)^2 + \cdots + p_n\left(x_n - E(X)\right) \\
&= p \times (1-p)^2 + (1-p) \times (0-p)^2 \\
&= p \times (1-p)^2 + p^2 \times (1-p) \\
&= p(1-p)(1-p+p) \quad = \quad p(1-p)
\end{aligned}
$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

$$\begin{aligned}
Var(X) &= \sum_{i=1}^{n} p_i \left(x_i - E(X)\right)^2 \\
&= p_1\left(x_1 - E(X)\right)^2 + p_2\left(x_2 - E(X)\right)^2 + \cdots + p_n\left(x_n - E(X)\right)^2 \\
&= p \times (1-p)^2 + (1-p) \times (0-p)^2 \\
&= p \times (1-p)^2 + p^2 \times (1-p) \\
&= p(1-p)(1-p+p) \quad = \quad p(1-p)
\end{aligned}$$

Donc la variance d'une loi de Bernoulli de paramètre p vaut $V(X) = p(1-p)$. ■

Définition

Soit une suite d'expériences aléatoires. Si le résultat d'une expérience ne dépend pas des précédentes, ces expériences sont dites . . . .

Définition

Soit une suite d'expériences aléatoires. Si le résultat d'une expérience ne dépend pas des précédentes, ces expériences sont dites **indépendantes**.

Définition

Soit une suite d'expériences aléatoires. Si le résultat d'une expérience ne dépend pas des précédentes, ces expériences sont dites **indépendantes**.

Propriété

Lorsqu'on répète n fois de façon indépendante une expérience aléatoire dont les issues A_1, A_2, ..., A_n ont pour probabilité $P(A_1)$, $P(A_2)$, .., $P(A_n)$ alors la probabilité d'obtenir la suite d'issues $(A_1, A_2, ..., A_n)$ est égale aux produits de leurs probabilités $P(A_1) \times P(A_2) \times ... \times P(A_n)$.

Exemple

On lance un dé à six faces 4 fois de suite. On considère les issues suivantes :

Exemple

On lance un dé à six faces 4 fois de suite. On considère les issues suivantes :

- *A : On obtient un nombre pair.*
- *B : On obtient un 1.*
- *C : On obtient un 3 ou un 5.*

Exemple

On lance un dé à six faces 4 fois de suite. On considère les issues suivantes :

- *A : On obtient un nombre pair.*
- *B : On obtient un 1.*
- *C : On obtient un 3 ou un 5.*

La probabilité d'obtenir la suite d'issues (A ; B ; A ; C) est :

$P(A; B; A; C) =$

Exemple

On lance un dé à six faces 4 fois de suite. On considère les issues suivantes :

- *A : On obtient un nombre pair.*
- *B : On obtient un 1.*
- *C : On obtient un 3 ou un 5.*

La probabilité d'obtenir la suite d'issues (A ; B ; A ; C) est :

$$P(A; B; A; C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$$

Exemple

On lance un dé à six faces 4 fois de suite. On considère les issues suivantes :

- *A : On obtient un nombre pair.*
- *B : On obtient un 1.*
- *C : On obtient un 3 ou un 5.*

La probabilité d'obtenir la suite d'issues (A ; B ; A ; C) est :

$$P(A; B; A; C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{72}$$

Définition

On appelle .... de paramètres n et p la répétition de n expériences de Bernoulli de paramètre p, identiques et indépendantes.

Définition

On appelle **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p la répétition de n expériences de Bernoulli de paramètre p, identiques et indépendantes.

Définition

On appelle **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p la répétition de n expériences de Bernoulli de paramètre p, identiques et indépendantes.

Exemple

Le lancer huit fois de suite d'une pièce de monnaie équilibrée, où l'obtention d'un pile représente un succès, est un schéma de Bernoulli de paramètres 8 et $\dfrac{1}{2}$.

Définition

À un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, on associe la variable aléatoire X comptabilisant le nombre de succès. On appelle .... la loi suivie par cette variable aléatoire X.

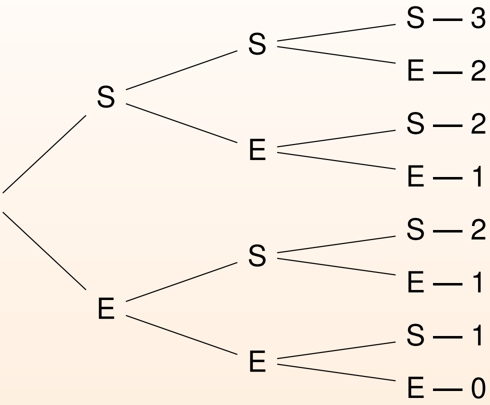
Définition

À un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, on associe la variable aléatoire X comptabilisant le nombre de succès. On appelle **loi binomiale** la loi suivie par cette variable aléatoire X.

Définition

À un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, on associe la variable aléatoire X comptabilisant le nombre de succès. On appelle **loi binomiale** la loi suivie par cette variable aléatoire X.

L'arbre ci-contre représente un schéma de Bernoulli de paramètres 3 et p (par exemple, on lance une pièce de monnaies trois fois de suite).
Les S représentent les succès, les E les échecs.
Le nombre de droite correspond au nombre de succès de chaque branche.



$$P(X = 3) = \ldots$$

$$P(X = 3) = p^3$$

$P(X = 3) = p^3$
En effet, en suivant les branches sur le haut de l'arbre, on arrive à 3 succès avec une probabilité égale à $p \times p \times p$.

$P(X = 2) = \dots\dots\dots$

$P(X = 3) = p^3$
En effet, en suivant les branches sur le haut de l'arbre, on arrive à 3 succès avec une probabilité égale à $p \times p \times p$.
$P(X = 2) = 3p^2(1 - p)$

$P(X = 3) = p^3$
En effet, en suivant les branches sur le haut de l'arbre, on arrive à 3 succès avec une probabilité égale à $p \times p \times p$.

$P(X = 2) = 3p^2(1 - p)$
car $X = 2$ correspond aux suites d'issues suivantes :

- (S ; S ; E)
- (S ; E ; S)
- (E ; S ; S)

Rédaction :

Rédaction : Avant d'utiliser une loi binomiale, il faut vérifier que les conditions suivantes sont bien remplies :

Rédaction : Avant d'utiliser une loi binomiale, il faut vérifier que les conditions suivantes sont bien remplies :

- On répète la même expérience aléatoire

Rédaction : Avant d'utiliser une loi binomiale, il faut vérifier que les conditions suivantes sont bien remplies :

- On répète la même expérience aléatoire
- Cette expérience a 2 issues (Succès et Echec)

Rédaction : Avant d'utiliser une loi binomiale, il faut vérifier que les conditions suivantes sont bien remplies :

- On répète la même expérience aléatoire
- Cette expérience a 2 issues (Succès et Echec)
- On répète de manière indépendante

Rédaction : Avant d'utiliser une loi binomiale, il faut vérifier que les conditions suivantes sont bien remplies :

- On répète la même expérience aléatoire
- Cette expérience a 2 issues (Succès et Echec)
- On répète de manière indépendante
- X la variable aléatoire compte le nombre de succès

Rédaction : Avant d'utiliser une loi binomiale, il faut vérifier que les conditions suivantes sont bien remplies :

- On répète la même expérience aléatoire
- Cette expérience a 2 issues (Succès et Echec)
- On répète de manière indépendante
- X la variable aléatoire compte le nombre de succès

Si toutes ces conditions sont remplies, X suit une loi binomiale.

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p. Soit $k \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq k \leq n$.

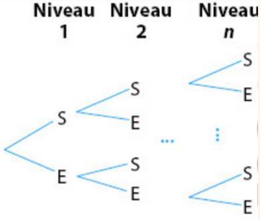
$$P(X = k) =$$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p. Soit $k \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leq k \leq n$.

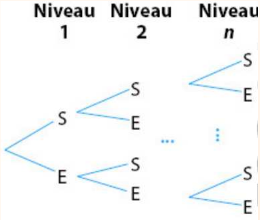
$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Démonstration exigible



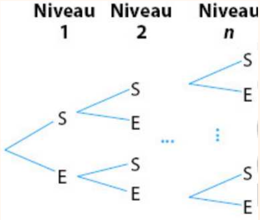
Démonstration exigible

- Chaque branche comportant k succès a également $n-k$ échecs (car on a un total de n épreuves), donc la probabilité à l'issue de cette branche est $p^k(1-p)^{n-k}$.



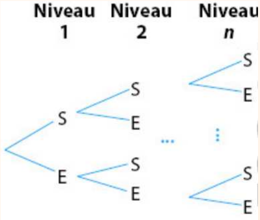
Démonstration exigible

- Chaque branche comportant k succès a également $n-k$ échecs (car on a un total de n épreuves), donc la probabilité à l'issue de cette branche est $p^k(1-p)^{n-k}$.
- Il reste à déterminer le nombre de chemins comportant : k succès.



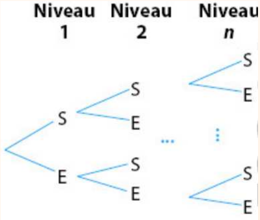
Démonstration exigible

- Chaque branche comportant k succès a également $n-k$ échecs (car on a un total de n épreuves), donc la probabilité à l'issue de cette branche est $p^k(1-p)^{n-k}$.
- Il reste à déterminer le nombre de chemins comportant : k succès.
  De chaque nœud de cet arbre partent deux branches : S (succès) et E (échec).



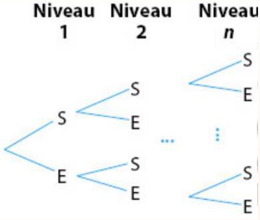
Démonstration exigible

- Chaque branche comportant k succès a également $n-k$ échecs (car on a un total de n épreuves), donc la probabilité à l'issue de cette branche est $p^k(1-p)^{n-k}$.
- Il reste à déterminer le nombre de chemins comportant : k succès.
  De chaque nœud de cet arbre partent deux branches : S (succès) et E (échec).
  Un chemin peut être représenté par une succession de n cases où l'on inscrit la lettre S ou E.



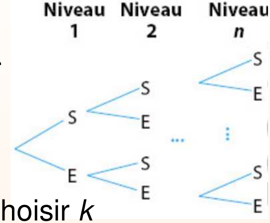
Démonstration exigible

Un chemin peut être représenté par une succession de n cases où l'on inscrit la lettre S ou E.

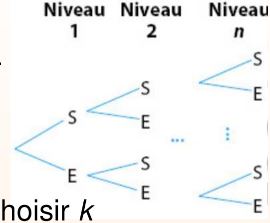


Démonstration exigible

Un chemin peut être représenté par une succession de n cases où l'on inscrit la lettre S ou E.



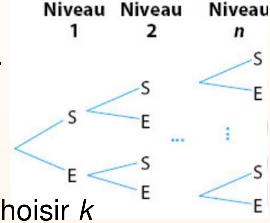
Choisir une branche à k succès, c'est comme choisir k emplacements pour S dans une liste à n éléments.



Démonstration exigible
Un chemin peut être représenté par une succession de n cases où l'on inscrit la lettre S ou E.

Choisir une branche à k succès, c'est comme choisir k emplacements pour S dans une liste à n éléments.
Le nombre de chemins avec k succès ($0 \leq k \leq n$) est le nombre de choix de k cases parmi n où l'on inscrit la lettre S.

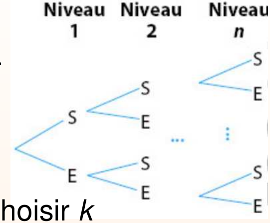
Démonstration exigible
Un chemin peut être représenté par une succession de n cases où l'on inscrit la lettre S ou E.



Choisir une branche à k succès, c'est comme choisir k emplacements pour S dans une liste à n éléments.
Le nombre de chemins avec k succès ($0 \leq k \leq n$) est le nombre de choix de k cases parmi n où l'on inscrit la lettre S.
Ces choix sont les combinaisons de k positions parmi n (pas de répétitions et pas d'ordre).

Démonstration exigible

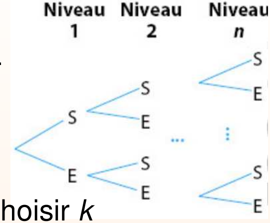
Un chemin peut être représenté par une succession de n cases où l'on inscrit la lettre S ou E.



Choisir une branche à k succès, c'est comme choisir k emplacements pour S dans une liste à n éléments.
Le nombre de chemins avec k succès ($0 \leq k \leq n$) est le nombre de choix de k cases parmi n où l'on inscrit la lettre S.
Ces choix sont les combinaisons de k positions parmi n (pas de répétitions et pas d'ordre).

Le nombre de chemins à k succès est donc $\binom{n}{k}$.

Démonstration exigible
Un chemin peut être représenté par une succession de n cases où l'on inscrit la lettre S ou E.



Choisir une branche à k succès, c'est comme choisir k emplacements pour S dans une liste à n éléments.
Le nombre de chemins avec k succès ($0 \leq k \leq n$) est le nombre de choix de k cases parmi n où l'on inscrit la lettre S.
Ces choix sont les combinaisons de k positions parmi n (pas de répétitions et pas d'ordre).

Le nombre de chemins à k succès est donc $\binom{n}{k}$.

Ainsi : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p.

- $E(X) = \ldots$ $\quad$ • $V(X) = \ldots\ldots$ $\quad$ • $\sigma = \ldots\ldots$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p.

- $E(X) = np$ $\quad\bullet V(X) = \ldots\ldots$ $\quad\bullet\ \sigma = \ldots\ldots$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p.

- $E(X) = np$ • $V(X) = np(1-p)$ • $\sigma = \ldots\ldots$

Propriété

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p.

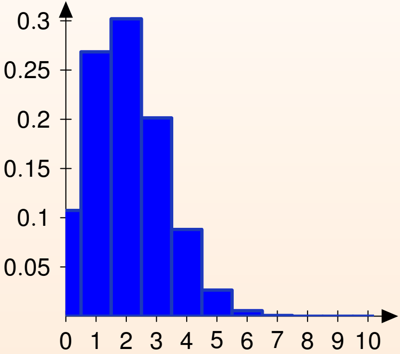
- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

Propriété

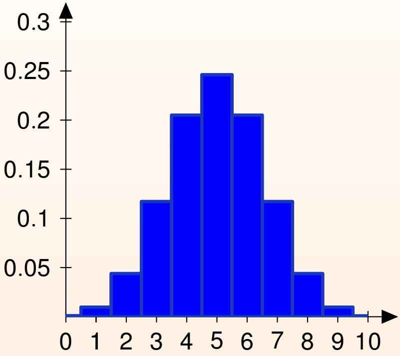
Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p.

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

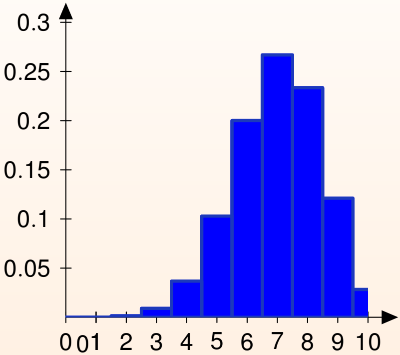
On représente la loi Binomiale à l'aide d'un diagramme en bâtons, en indiquant les nombres de succès en abscisses et les probabilités des événements $\{X = k\}$ en ordonnées.
Pour $n = 10$ et différentes valeurs de p.



Pour $p = 0.2$



Pour $p = 0.5$



Pour $p = 0.7$

Définition

Soient :

- X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres p et n ;
- a le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$;
- b le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.

L'intervalle $\left[\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}\right]$ est appelé .... de $\frac{X}{n}$.

Définition

Soient :

- X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres p et n ;
- a le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$;
- b le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.

L'intervalle $\left[\frac{a}{n}; \frac{b}{n}\right]$ est appelé **intervalle de fluctuation à 95 % de** $\frac{X}{n}$.

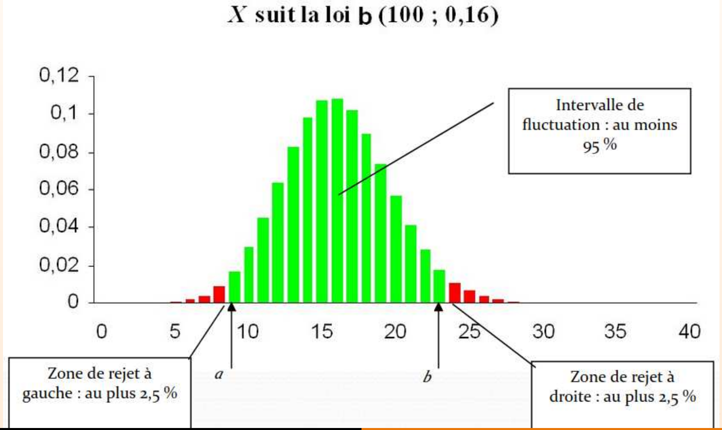
Cela signifie que la probabilité que la variable aléatoire $\dfrac{X}{n}$ appartienne à $\left[\dfrac{a}{n};\dfrac{b}{n}\right]$ est supérieure à 95 %.

Cela signifie que la probabilité que la variable aléatoire $\dfrac{X}{n}$ appartienne à $\left[\dfrac{a}{n};\dfrac{b}{n}\right]$ est supérieure à 95 %.

En d'autres termes : $P\left(a \leq X \leq b\right) \geq 0,95$.

Cela signifie que la probabilité que la variable aléatoire $\dfrac{X}{n}$ appartienne à $\left[\dfrac{a}{n};\dfrac{b}{n}\right]$ est supérieure à 95 %.

En d'autres termes : $P\left(a \leq X \leq b\right) \geq 0,95$.



Exemple

On fait l'hypothèse que 55% des électeurs ont voté pour le candidat A. On interroge au hasard à la sortie des urnes 50 personnes
Soit X est la variable aléatoire qui compte le nombre k de personnes qui ont voté pour le candidat A.

1) Déterminer des réels a et b tels que $P(a \leq X \leq b) \geq 0.95$

2) Donner une interprétation du résultat précédent.

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = \ldots$ et $p = \ldots$.

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = \dots$.

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.
- On commence par déterminer a, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq a) > 0.025$.

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.
- On commence par déterminer a, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq a) > 0.025$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $a =$

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.
- On commence par déterminer a, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq a) > 0.025$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $a = 21$

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.
- On commence par déterminer a, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq a) > 0.025$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $a = 21$
- On détermine ensuite b, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq b) \geq 0.975$.

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.
- On commence par déterminer a, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq a) > 0.025$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $a = 21$
- On détermine ensuite b, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq b) \geq 0.975$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $b =$

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.
- On commence par déterminer a, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq a) > 0.025$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $a = 21$
- On détermine ensuite b, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq b) \geq 0.975$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $b = 34$

- La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre $n = 50$ et $p = 0.55$.
- On commence par déterminer a, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq a) > 0.025$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $a = 21$
- On détermine ensuite b, l'entier le plus petit possible tel que : $P(X \leq b) \geq 0.975$.
  On trouve grâce à la calculatrice : $b = 34$
- Ainsi : $P(21 \leq X \leq 34) \geq 0.95$

- Cela signifie qu'avec au moins 95% de chance (parmi les 50 personnes interrogées), il y a entre 21 et 34 personnes qui ont voté pour la candidat A.

- Cela signifie qu'avec au moins 95% de chance (parmi les 50 personnes interrogées), il y a entre 21 et 34 personnes qui ont voté pour la candidat A.
- Or, $\dfrac{21}{50} = 42\%$ et

- Cela signifie qu'avec au moins 95% de chance (parmi les 50 personnes interrogées), il y a entre 21 et 34 personnes qui ont voté pour la candidat A.
- Or, $\dfrac{21}{50} = 42\%$ et $\dfrac{34}{50} = 68\%$
  Pour un échantillon de 50 personnes, il y a au moins 95% de chance qu'il y ait entre 42% et 68% des électeurs qui votent pour le candidat A.

- Cela signifie qu'avec au moins 95% de chance (parmi les 50 personnes interrogées), il y a entre 21 et 34 personnes qui ont voté pour la candidat A.
- Or, $\dfrac{21}{50} = 42\%$ et $\dfrac{34}{50} = 68\%$
  Pour un échantillon de 50 personnes, il y a au moins 95% de chance qu'il y ait entre 42% et 68% des électeurs qui votent pour le candidat A.
  L'intervalle $[0,42; 0,68]$ s'appelle intervalle de fluctuation au seuil de 95%