

Chapitre 17 : Calcul intégrale (Partie 2)

1 Intégration par partie

Théorème (Intégration par parties)

Soit u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I , et a et b deux réels de I .
On suppose de plus que les dérivées u' et v' sont continues sur I . Alors :

Exemple

Calculons $I = \int_0^1 x \times e^x dx$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

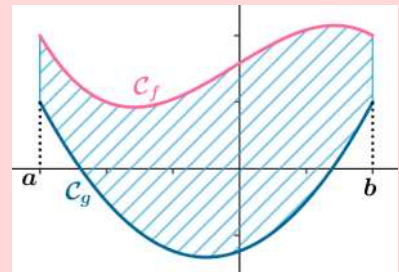
.....

2 Aire entre deux courbes

Propriété

Soient f et g deux fonctions continues sur un intervalle $[a; b]$ de \mathbb{R} telles que, pour tout x de $[a; b]$, $f(x) \geq g(x)$
L'aire de la surface délimitée par les courbes C_f et C_g et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$ vaut :

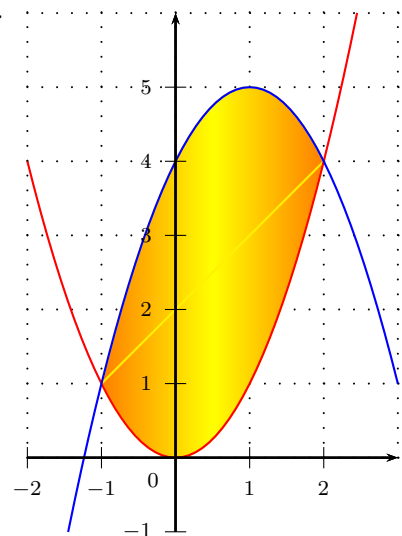
$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$



Exemple

Déterminons l'aire de la portion du plan limitée par les courbes représentatives des fonctions f et g définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ et $g(x) = x^2$ et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 2$.

$$A = \int_{-1}^2 (f(x) - g(x)) dx$$



$A = \dots$ u.a.

3 Valeur moyenne

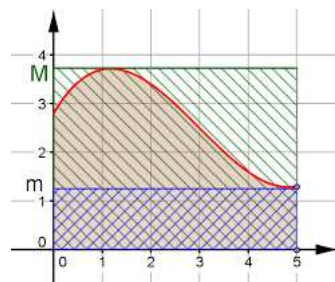
Théorème

Soit f une fonction continue sur $[a; b]$.

Si $a \leq b$ et si m et M sont deux réels tels que $m \leq f(x) \leq M$ pour tout $x \in [a; b]$, alors

.....

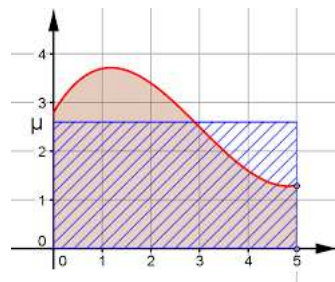
et si $a < b$,



Définition

On appelle valeur moyenne de la fonction f sur $[a; b]$ le nombre

.....



Exemple

La valeur moyenne sur $[-1; 1]$ de la **fonction carré** est : $\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

4 Intégrales et suite

Exemple



On considère la suite d'intégrales (I_n) définie pour tout entier n , par : $I_n = \int_1^e x(\ln x)^n dx$

- Calculer I_0

- A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que $I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n$

- Conjecturer la limite de la suite (I_n)