Cours de terminale S
Étude graphique des intégrales

A. OLLIVIER

Terminale

Définition

Soient a et b deux réels quelconques tels que $a < b$, f une fonction continue et positive sur $[a; b]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; I, J)$.
L'unité d'aire est

Définition

Soient a et b deux réels quelconques tels que $a < b$, f une fonction continue et positive sur $[a; b]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; I, J)$.
L'unité d'aire est l'aire du rectangle de côtés $[OI]$ et $[OJ]$.

On appelle **intégrale de f sur** $[a; b]$, ...

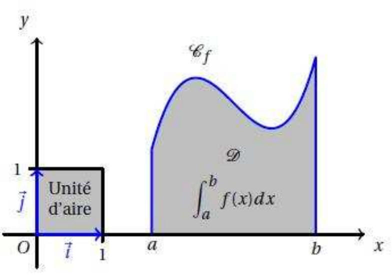
....

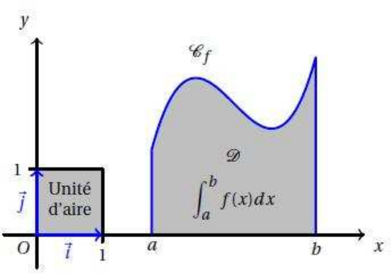
....

Définition

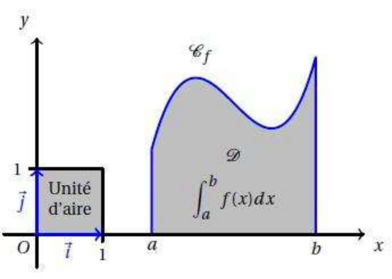
Soient a et b deux réels quelconques tels que $a < b$, f une fonction continue et positive sur $[a; b]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; I, J)$.
L'unité d'aire est l'aire du rectangle de côtés $[OI]$ et $[OJ]$.

On appelle **intégrale de f sur** $[a; b]$, l'aire, exprimée en unités d'aire, de la surface limitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_f$, et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$.


y
$\mathscr{C}_f$
$\mathscr{D}$
$\int_a^b f(x)dx$
1
$\vec{j}$
Unité d'aire
O
$\vec{\imath}$
1
a
b
x



L'intégrale de f sur $[a; b]$ se note $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.



L'intégrale de f sur $[a; b]$ se note $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

On dit aussi que $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ représente **l'aire sous la courbe** entre a et b.

Remarque

Dans l'écriture $\int_a^b f(x)dx$*, x est une lettre " muette ". On peut la remplacer par n'importe qu'elle autre lettre, exceptées a et b :*

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \int_a^b f(z)dz = \int_a^b f(\alpha)d\alpha = \dots$$

Remarque

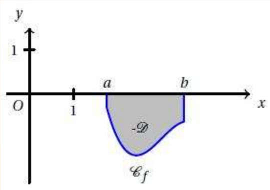
Dans l'écriture $\int_a^b f(x)dx$, *x est une lettre " muette ". On peut la remplacer par n'importe qu'elle autre lettre, exceptées a et b :*

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \int_a^b f(z)dz = \int_a^b f(\alpha)d\alpha = \dots$$

$\int_a^b f(x)dx$ *se lit aussi " somme de a à b de $f(x)dx$ ".*

Définition

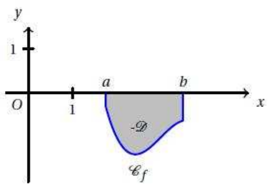
Si f est un fonction continue, négative sur $[a; b]$. On appelle intégrale de f sur $[a; b]$



Définition

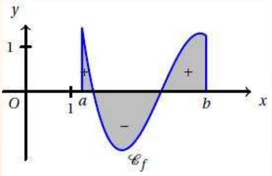
Si f est un fonction continue, négative sur $[a; b]$. On appelle intégrale de f sur $[a; b]$ l'opposé de l'aire du domaine $\mathcal{D}$ et on note :

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\text{Aire}(\mathcal{D})$$



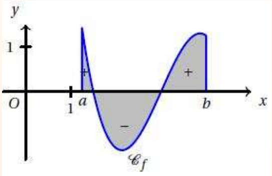
Définition

Si f est un fonction continue qui change de signe sur $[a; b]$. On appelle intégrale de f sur $[a; b]$



Définition

Si f est un fonction continue qui change de signe sur $[a; b]$. On appelle intégrale de f sur $[a; b]$ la différence entre l'aire obtenue quand f est positive et l'aire obtenue quand f est négative.



Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I, a, b et c des éléments de I. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Linéarité		**Bornes de l'intégrale**	
$\int_a^b (f+g)(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^b \lambda f(x)\mathrm{d}x =$	$\int_a^a f(x)\mathrm{d}x =$	$\int_b^a f(x)\mathrm{d}x =$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I, a, b et c des éléments de I. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Linéarité		Bornes de l'intégrale	
$\int_a^b (f+g)(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^b \lambda f(x)\mathrm{d}x =$	$\int_a^a f(x)\mathrm{d}x =$	$\int_b^a f(x)\mathrm{d}x =$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I, a, b et c des éléments de I. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Linéarité		Bornes de l'intégrale	
$\int_a^b (f+g)(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^b \lambda f(x)\mathrm{d}x = \lambda \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^a f(x)\mathrm{d}x =$	$\int_b^a f(x)\mathrm{d}x =$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I, a, b et c des éléments de I. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

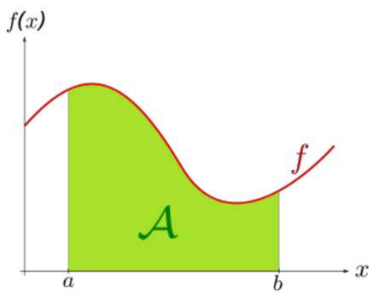
Linéarité		Bornes de l'intégrale	
$\int_a^b (f+g)(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^b \lambda f(x)\mathrm{d}x = \lambda \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$	$\int_b^a f(x)\mathrm{d}x =$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I, a, b et c des éléments de I. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$.

Linéarité		**Bornes de l'intégrale**	
$\int_a^b (f+g)(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^b \lambda f(x)\mathrm{d}x = \lambda \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	$\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$	$\int_b^a f(x)\mathrm{d}x = -\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$

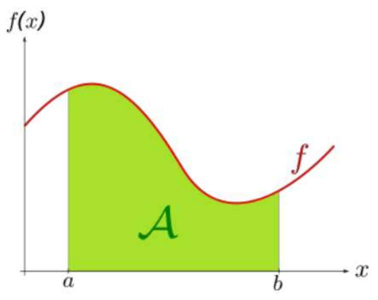
Propriété (Positivité)

Si $f(x) \geq 0$ sur $[a; b]$ Alors : $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \geq \ldots\ldots$



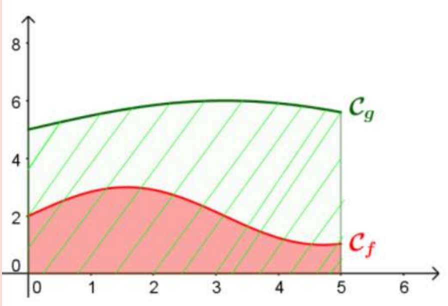
Propriété (Positivité)

Si $f(x) \geq 0$ sur $[a; b]$ Alors : $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \geq 0$



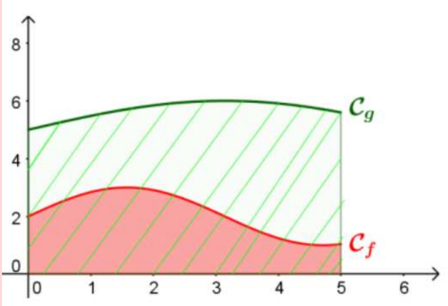
Propriété (Relation d'ordre)

Si $f(x) \leq g(x)$ sur $[a; b]$ Alors : $\int_a^b f(x)dx \leq \ldots\ldots$



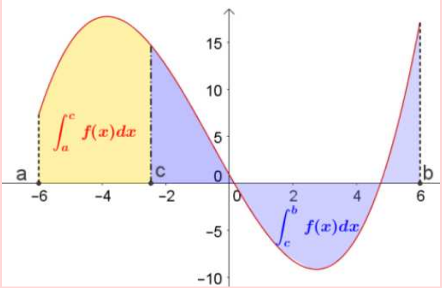
Propriété (Relation d'ordre)

Si $f(x) \leq g(x)$ sur $[a; b]$ Alors : $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \leq \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$



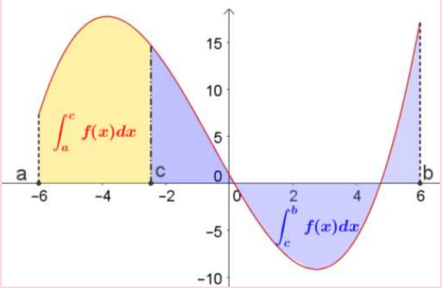
Propriété (Relation de Chasles)

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$



Propriété (Relation de Chasles)

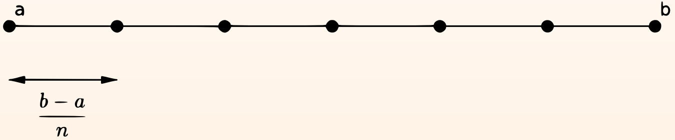
$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x$$



Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a; b]$ et n un entier strictement positif.

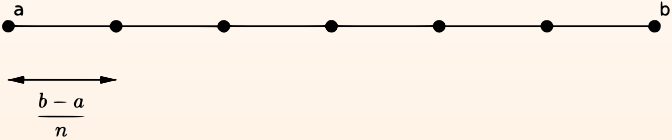
Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a; b]$ et n un entier strictement positif.

On partage $[a; b]$ en n intervalles d'amplitude $h = \dfrac{b-a}{n}$.



Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a; b]$ et n un entier strictement positif.

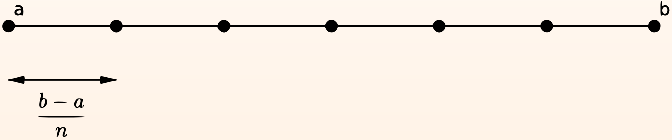
On partage $[a; b]$ en n intervalles d'amplitude $h = \dfrac{b-a}{n}$.



Sur chaque intervalle $[a + ih; a + (i+1)h]$, où i varie de 0 à $n-1$, on a l'encadrement . . . .

Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a; b]$ et n un entier strictement positif.

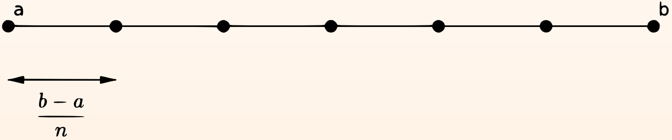
On partage $[a; b]$ en n intervalles d'amplitude $h = \dfrac{b-a}{n}$.



Sur chaque intervalle $[a + ih; a + (i + 1)h]$, où i varie de 0 à $n - 1$, on a l'encadrement $f(a + ih) \leq f(x) \leq f(a + (i + 1)h)$

Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a; b]$ et n un entier strictement positif.

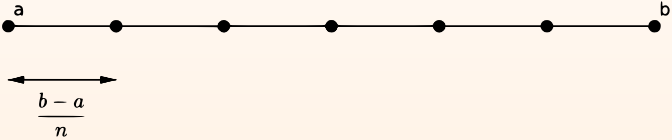
On partage $[a; b]$ en n intervalles d'amplitude $h = \dfrac{b-a}{n}$.



Sur chaque intervalle $[a + ih; a + (i + 1)h]$, où i varie de 0 à $n - 1$, on a l'encadrement $f(a + ih) \leq f(x) \leq f(a + (i + 1)h)$
Donc . . . .

Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a; b]$ et n un entier strictement positif.

On partage $[a; b]$ en n intervalles d'amplitude $h = \dfrac{b-a}{n}$.

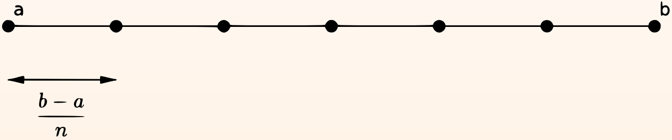


Sur chaque intervalle $[a + ih; a + (i + 1)h]$, où i varie de 0 à $n - 1$, on a l'encadrement $f(a + ih) \leq f(x) \leq f(a + (i + 1)h)$

Donc $hf(a + ih) \leq \displaystyle\int_{a+ih}^{a+(i+1)h} f(x)\mathrm{d}x \leq hf(a + (i + 1)h)$

Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a; b]$ et n un entier strictement positif.

On partage $[a; b]$ en n intervalles d'amplitude $h = \dfrac{b-a}{n}$.



Sur chaque intervalle $[a + ih; a + (i+1)h]$, où i varie de 0 à $n-1$, on a l'encadrement $f(a+ih) \leq f(x) \leq f(a+(i+1)h)$

Donc $hf(a+ih) \leq \displaystyle\int_{a+ih}^{a+(i+1)h} f(x)\mathrm{d}x \leq hf(a+(i+1)h)$, où à gauche et à droite, les produits sont des aires de rectangles.

On obtient alors l'encadrement suivant :

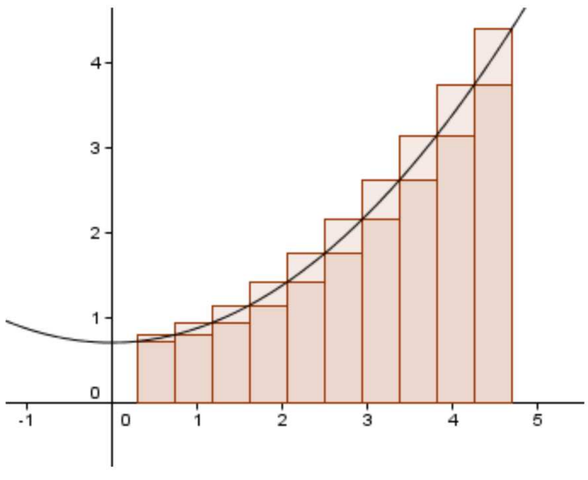
. . . .

On obtient alors l'encadrement suivant :

$$h\sum_{i=0}^{n-1} f(a+ih) \leq \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \leq h\sum_{i=0}^{n-1} f(a+(i+1)h)$$

On obtient alors l'encadrement suivant :

$$h\sum_{i=0}^{n-1} f(a+ih) \leq \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \leq h\sum_{i=0}^{n-1} f(a+(i+1)h)$$


4
3
2
1
0
-1
0
1
2
3
4
5

Algorithme

Les variables sont a et b les bornes de l'intervalle, n le nombre de rectangles, h le pas (largeur des rectangles, x l'abscisse courante, Iinf et Isup les sommes des aires.

$h \leftarrow (b-a)/n$
Iinf $\leftarrow 0$
Isup $\leftarrow 0$
$x \leftarrow a$
POUR i variant de 0 à $n-1$
    Iinf $\leftarrow$ Iinf $+f(x)$
    $x \leftarrow x+h$
    Isup $\leftarrow$ Isup $+f(x)$
FIN POUR
Iinf $\leftarrow$ h*Iinf
Isup $\leftarrow$ h*Isup

```
    POUR i variant de 0 à n-1
       Iinf PREND LA VALEUR Iinf+f(x)
       x PREND LA VALEUR x+h
       Isup PREND LA VALEUR Isup+f(x)
    FIN POUR
    Iinf PREND LA VALEUR h*Iinf
    Isup PREND LA VALEUR h*Isup
    AFFICHER Iinf, Isup
FIN ALGORITHME
```

Si la fonction f est simplement continue sur $[a; b]$, on peut obtenir une valeur approchée de l'intégrale en approximant, sur chaque intervalle $[a+ih; a+(i+1)h]$, $f(x)$ par $f(a+(i+1/2)h)$.

Théorème

Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$; la fonction F définie sur $[a; b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ ......

....

....

Théorème

Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$; la fonction F définie sur $[a; b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est dérivable sur $[a; b]$ et $F'(x) = f(x)$ pour tout x de $[a; b]$.

De plus $F(a) = 0$.

Théorème

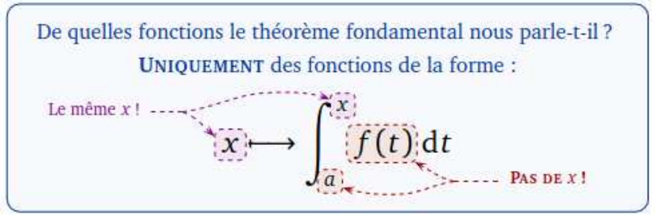
Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$; la fonction F définie sur $[a; b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est dérivable sur $[a; b]$ et $F'(x) = f(x)$ pour tout x de $[a; b]$.

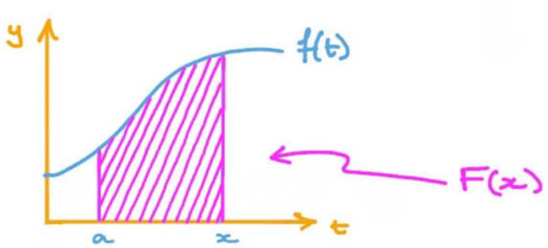
De plus $F(a) = 0$.

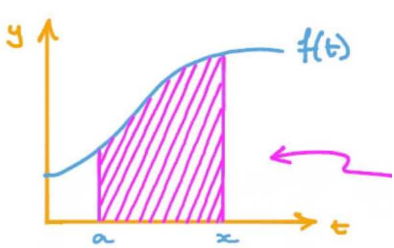
Théorème

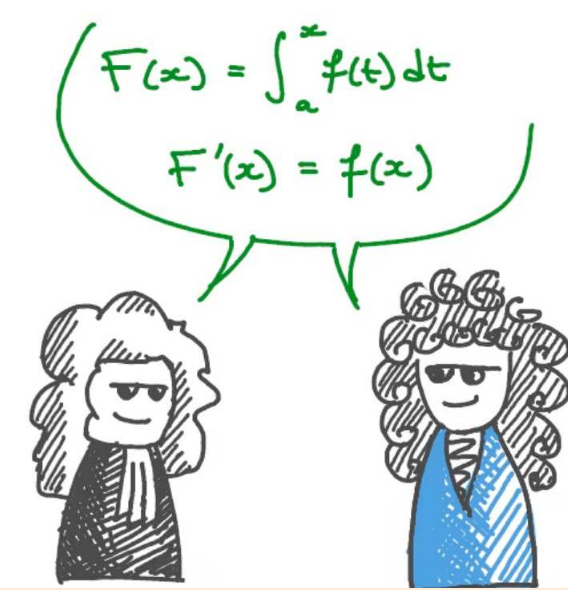
Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$; la fonction F définie sur $[a; b]$ par $F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est dérivable sur $[a; b]$ et $F'(x) = f(x)$ pour tout x de $[a; b]$.

De plus $F(a) = 0$.




y
f(t)
F(x)
t
a
x


y
f(t)
a
x
t


$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$
$F'(x) = f(x)$

Démonstration dans le cas où f est croissante

Pour tout $x \in [a; b]$ et $h > 0$, ...
. . . .

Démonstration dans le cas où f est croissante

Pour tout $x \in [a; b]$ et $h > 0$, $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ et

$F(x+h) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$.

Démonstration dans le cas où f est croissante

Pour tout $x \in [a; b]$ et $h > 0$, $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ et

$F(x+h) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$.

Or $F(x+h) - F(x) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t - \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$

Démonstration dans le cas où f est croissante

Pour tout $x \in [a; b]$ et $h > 0$, $F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ et

$F(x+h) = \displaystyle\int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$.

$$\text{Or } F(x+h) - F(x) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t - \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$$
$$= \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t + \int_x^a f(t)\mathrm{d}t = \int_x^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$$

Ainsi $F(x+h) - F(x)$ est ....
....
....

Démonstration dans le cas où f est croissante

Pour tout $x \in [a;b]$ et $h > 0$, $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ et

$F(x+h) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$.

Or $$F(x+h) - F(x) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t - \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$$
$$= \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t + \int_x^a f(t)\mathrm{d}t = \int_x^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$$

Ainsi $F(x+h) - F(x)$ est l'aire de la surface limitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites verticales passant par les points d'abscisses x et $x+h$.

Démonstration dans le cas où f est croissante

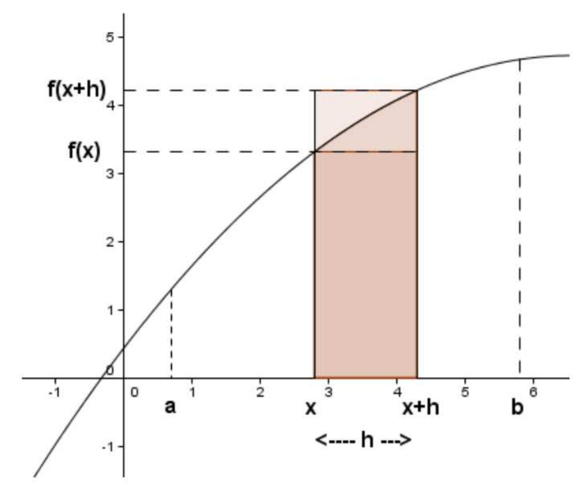
Pour tout $x \in [a;b]$ et $h > 0$, $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ et

$F(x+h) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$.

Or $F(x+h) - F(x) = \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t - \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$

$$= \int_a^{x+h} f(t)\mathrm{d}t + \int_x^a f(t)\mathrm{d}t = \int_x^{x+h} f(t)\mathrm{d}t$$

Ainsi $F(x+h) - F(x)$ est l'aire de la surface limitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites verticales passant par les points d'abscisses x et $x+h$.


f(x+h)
f(x)
5
4
3
2
1
0
-1
-1
0
1
2
3
4
5
6
a
x
x+h
b
<---- h --->

On sait que f est croissante sur $[a, b]$.
On a donc ....
....
....

On sait que f est croissante sur $[a, b]$.
On a donc $hf(x) \leq F(x+h) - F(x) \leq hf(x+h)$, ce qui entraîne que $f(x) \leq \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} \leq f(x+h)$.

On sait que f est croissante sur $[a, b]$.
On a donc $hf(x) \leq F(x+h) - F(x) \leq hf(x+h)$, ce qui entraîne que $f(x) \leq \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} \leq f(x+h)$.

Puisque la fonction f est continue, $\lim\limits_{h \to 0} f(x+h) = \dots$

On sait que f est croissante sur $[a, b]$.
On a donc $hf(x) \leq F(x+h) - F(x) \leq hf(x+h)$, ce qui entraîne que $f(x) \leq \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} \leq f(x+h)$.

Puisque la fonction f est continue, $\lim\limits_{h \to 0} f(x+h) = f(x)$

On sait que f est croissante sur $[a, b]$.
On a donc $hf(x) \leq F(x+h) - F(x) \leq hf(x+h)$, ce qui entraîne que $f(x) \leq \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} \leq f(x+h)$.

Puisque la fonction f est continue, $\lim\limits_{h \to 0} f(x+h) = f(x)$ donc, d'après le théorème des gendarmes,

....

....

On sait que f est croissante sur $[a, b]$.
On a donc $hf(x) \leq F(x+h) - F(x) \leq hf(x+h)$, ce qui entraîne que $f(x) \leq \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} \leq f(x+h)$.

Puisque la fonction f est continue, $\lim_{h \to 0} f(x+h) = f(x)$ donc, d'après le théorème des gendarmes,
$\lim_{h \to 0} \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} = f(x)$ ce qui signifie que F est dérivable en x et $F'(x) = f(x)$ pour tout $x \in [a; b]$.

On sait que f est croissante sur $[a, b]$.
On a donc $hf(x) \leq F(x+h) - F(x) \leq hf(x+h)$, ce qui entraîne que $f(x) \leq \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} \leq f(x+h)$.

Puisque la fonction f est continue, $\lim\limits_{h \to 0} f(x+h) = f(x)$ donc, d'après le théorème des gendarmes,
$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{F(x+h) - F(x)}{h} = f(x)$ ce qui signifie que F est dérivable en x et $F'(x) = f(x)$ pour tout $x \in [a; b]$.

Propriété

Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$ et F une primitive de f sur $[a; b]$.
Alors ....
....

Propriété

Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$ et F une primitive de f sur $[a; b]$.
Alors l'intégrale de a à b de la fonction f est égale au nombre $F(b) - F(a)$.

Propriété

Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$ et F une primitive de f sur $[a; b]$.
Alors l'intégrale de a à b de la fonction f est égale au nombre $F(b) - F(a)$.
On note :

. . . .

Propriété

Soit f une fonction continue et positive sur $[a; b]$ et F une primitive de f sur $[a; b]$.
Alors l'intégrale de a à b de la fonction f est égale au nombre $F(b) - F(a)$.
On note :

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$$

Démonstration

....

....

Démonstration

On sait que f admet des primitives sur $[a; b]$, par exemple la fonction G définie par $G(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

Démonstration

On sait que f admet des primitives sur $[a; b]$, par exemple la fonction G définie par $G(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

....

....

Démonstration

On sait que f admet des primitives sur $[a; b]$, par exemple la fonction G définie par $G(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

$G(b) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $G(a) = 0$ donc on a bien

$G(b) - G(a) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Démonstration

On sait que f admet des primitives sur $[a; b]$, par exemple la fonction G définie par $G(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

$G(b) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $G(a) = 0$ donc on a bien $G(b) - G(a) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

....

....

Démonstration

On sait que f admet des primitives sur $[a; b]$, par exemple la fonction G définie par $G(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

$G(b) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $G(a) = 0$ donc on a bien

$G(b) - G(a) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Il reste à démontrer que l'intégrale de f ne dépend pas du choix de la primitive :

Démonstration

On sait que f admet des primitives sur $[a; b]$, par exemple la fonction G définie par $G(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

$G(b) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $G(a) = 0$ donc on a bien

$G(b) - G(a) = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Il reste à démontrer que l'intégrale de f ne dépend pas du choix de la primitive :

....

....

Démonstration

On sait que f admet des primitives sur $[a; b]$, par exemple la fonction G définie par $G(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$.

$G(b) = \displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $G(a) = 0$ donc on a bien

$G(b) - G(a) = \displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Il reste à démontrer que l'intégrale de f ne dépend pas du choix de la primitive :
si F une primitive quelconque de f, alors $F(x) = G(x) + c$ et on vérifie alors que $F(b) - F(a) = G(b) - G(a)$.

On généralise la notion d'intégrale :

Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux réels quelconques de I et F une primitive de f sur I.

....

....

On généralise la notion d'intégrale :

Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux réels quelconques de I et F une primitive de f sur I.
On appelle intégrale entre a à b de la fonction f le nombre $F(b) - F(a)$.

On généralise la notion d'intégrale :

Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux réels quelconques de I et F une primitive de f sur I.
On appelle intégrale entre a à b de la fonction f le nombre $F(b) - F(a)$.
On note :

....

On généralise la notion d'intégrale :

Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux réels quelconques de I et F une primitive de f sur I.
On appelle intégrale entre a à b de la fonction f le nombre $F(b) - F(a)$.
On note :

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$$

On généralise la notion d'intégrale :

Définition

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux réels quelconques de I et F une primitive de f sur I.
On appelle intégrale entre a à b de la fonction f le nombre $F(b) - F(a)$.
On note :

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$$

Exemple

Pour $x > 0$, $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t}\mathrm{d}t = \ln x - \ln 1 = \ln x$

$$[F(x)]_a^b =$$

Notation

$$[F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Notation

$$[F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Conséquence

On peut donc réécrire la définition de cette façon :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Exemple

$$\int_0^1 x^2 \mathrm{d}x =$$

Exemple

$$\int_0^1 x^2 \mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 =$$

Exemple

$$\int_0^1 x^2 \mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} =$$

Exemple

$$\int_0^1 x^2 \mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$$

Remarque

Toutes les propriétés vues sur les intégrales (dans un chapitre précédent : linéarité, relation de Chasles, inégalités, bornes) peuvent se démontrer avec la définition vue plus haut.