Chap 4 : Géométrie dans l'espace

A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

2021-2022

Définition

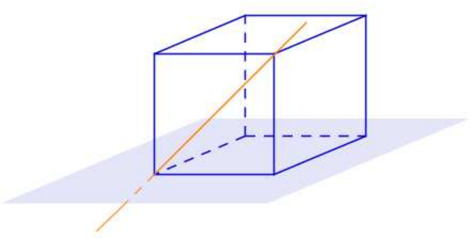
Une droite est dite _ _ _ _ _ _ _ à un plan si elle est incluse dans le plan ou si le plan et la droite n'ont aucun point en commun.

Définition

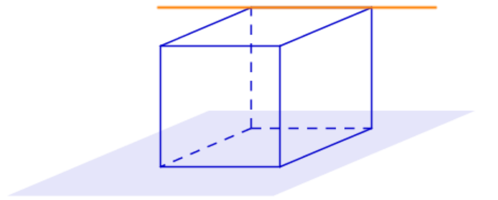
Une droite est dite **parallèle** à un plan si elle est incluse dans le plan ou si le plan et la droite n'ont aucun point en commun.

La droite peut donc être :

sécantes au plan

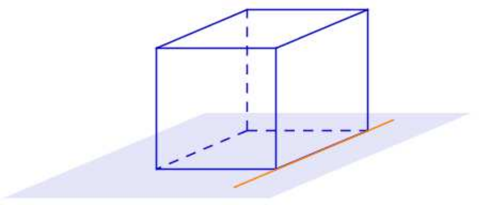


strictement parallèle au plan



La droite peut donc être :

incluse dans le plan



Définition

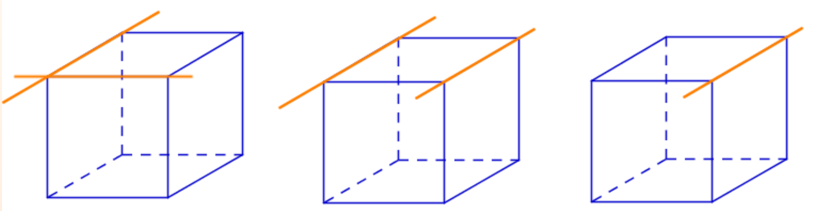
Deux droites sont dites _ _ _ _ _ _ si elles sont incluses dans un même plan.

Définition

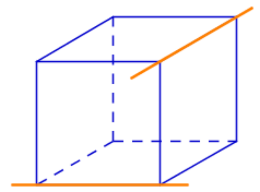
Deux droites sont dites **coplanaires** si elles sont incluses dans un même plan.

Deux droites peuvent donc être :

• Coplanaires : elles sont alors sécantes, strictement parallèles ou confondus.

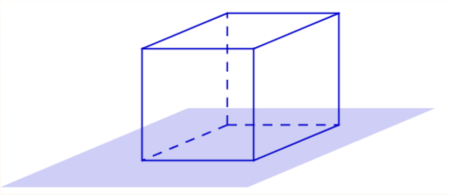


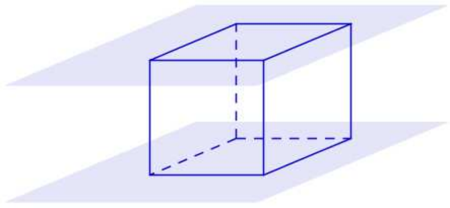
- Non coplanaires



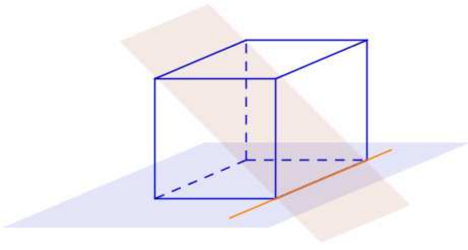
Deux plans peuvent être :

• **Parallèles** : Ils sont alors soit confondus, soit strictement parallèles



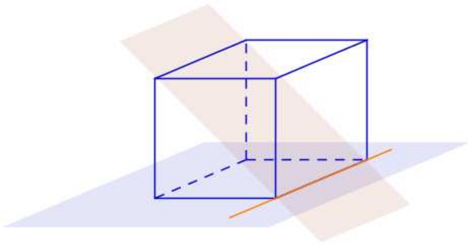


- **Sécants**



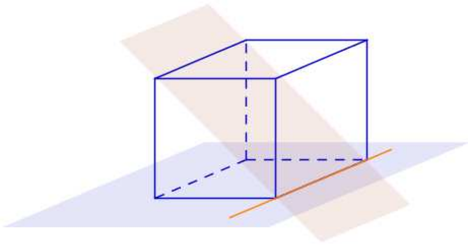
Propriété

Si deux plans sont sécants, leur intersection est une _ _ _ _ _ .

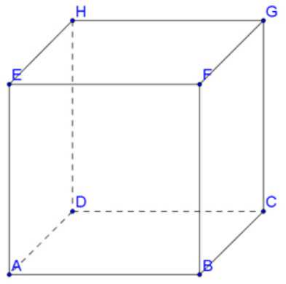


Propriété

Si deux plans sont sécants, leur intersection est une **droite**.

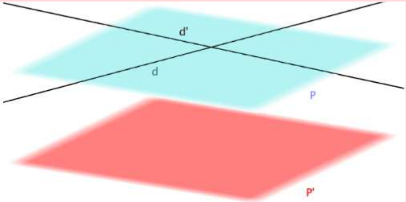


Exemple du cube



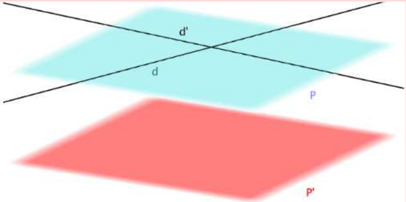
Propriété

Si un plan P contient deux droites sécantes d et d' parallèles à un plan P' alors les plans P et P' sont _ _ _ _ _ _ .



Propriété

Si un plan P contient deux droites sécantes d et d' parallèles à un plan P' alors les plans P et P' sont parallèles.



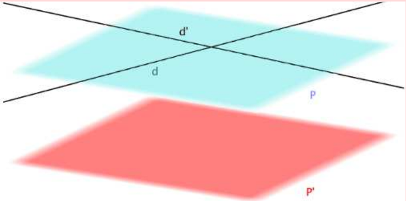
Remarque

Toutes les propriétés de géométrie plane

. . . .

Propriété

Si un plan P contient deux droites sécantes d et d' parallèles à un plan P' alors les plans P et P' sont parallèles.

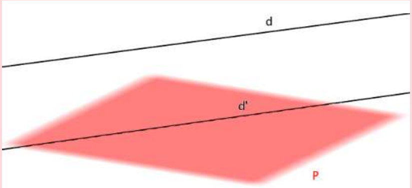


Remarque

Toutes les propriétés de géométrie plane restent valables dans un plan de l'espace

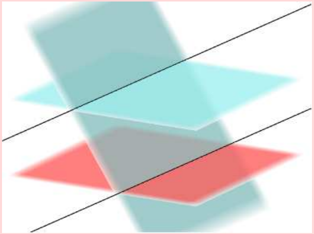
Propriété

Une droite d est parallèle à un plan P s'il existe une droite d' de P parallèle à d.



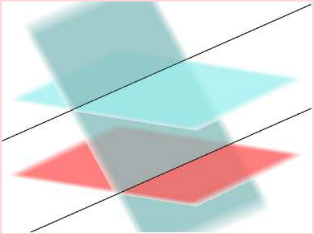
Propriété

Si deux plans sont parallèles alors tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et leurs intersections sont _ _ _ _ _ _ .

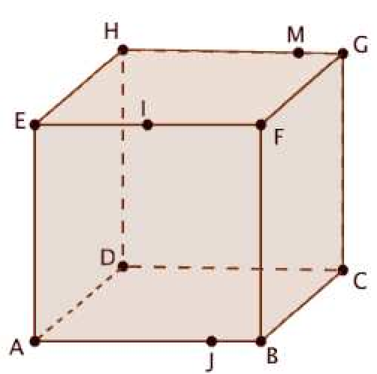


Propriété

Si deux plans sont parallèles alors tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et leurs intersections sont deux droites parallèles.



Construire l'intersection du plan (IMJ) avec le cube ABCDEFGH.



Théorème (du toit (preuve dans la suite du cours))

On considère deux plans P et P' ayant pour intersection la droite Δ.
On considère également deux droites d et d', telles que :

- d est contenue dans P ;
- d' est contenue dans P' ;
- d et d' sont parallèles entre elles.

Alors

. . . .

. . . .

Théorème (du toit (preuve dans la suite du cours))

On considère deux plans P et P' ayant pour intersection la droite Δ.
On considère également deux droites d et d', telles que :

- d est contenue dans P ;
- d' est contenue dans P' ;
- d et d' sont parallèles entre elles.

Alors les droites d et d' sont également parallèles à la droite Δ.

Définition

Un .... est défini par une direction de l'espace, un sens et une norme (longueur).

Définition

Un vecteur de l'espace est défini par une direction de l'espace, un sens et une norme (longueur).

Définition

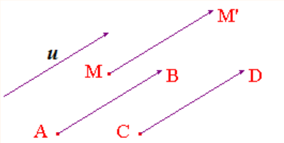
Un vecteur de l'espace est défini par une direction de l'espace, un sens et une norme (longueur).

Remarque

Les vecteurs de l'espace suivent les mêmes règles de construction qu'en géométrie plane : relation de Chasles, propriétés en rapport avec la colinéarité, ..

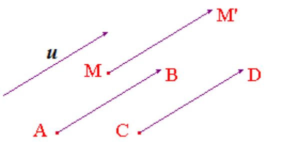
Définition

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur de l'espace. On appelle .... de vecteur $\overrightarrow{u}$ la transformation qui au point M associe le point M', tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{u}$



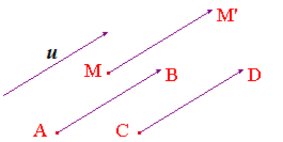
Définition

Soit $\vec{u}$ un vecteur de l'espace. On appelle translation de vecteur $\vec{u}$ la transformation qui au point M associe le point M', tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$



Définition

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur de l'espace. On appelle translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ la transformation qui au point M associe le point M', tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{u}$



Remarque

Les translations gardent les mêmes propriétés qu'en géométrie plane : conservation du parallélisme, de l'orthogonalité, du milieu, ...

Définition

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, trois vecteurs de l'espace.
Tout vecteur de la forme $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$, avec α, β, γ des réels, est appelé .... des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

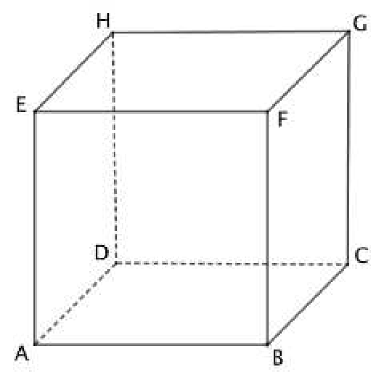
Définition

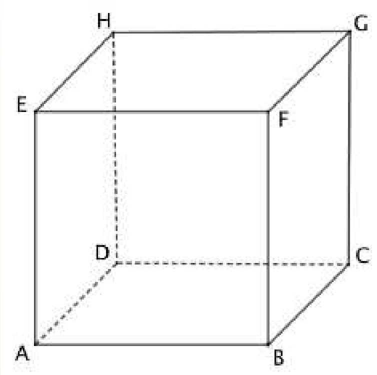
Soit $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$, trois vecteurs de l'espace.
Tout vecteur de la forme $\alpha\overrightarrow{u}+\beta\overrightarrow{v}+\gamma\overrightarrow{w}$, avec α, β, γ des réels, est appelé combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.

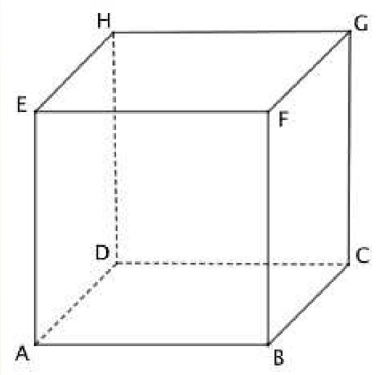
Exemple

A l'aide des cubes ci-contre, représenter les vecteurs $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ donnés par :

- $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{FH}$
- $\overrightarrow{b} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{FC}$
- $\overrightarrow{c} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{AC}$



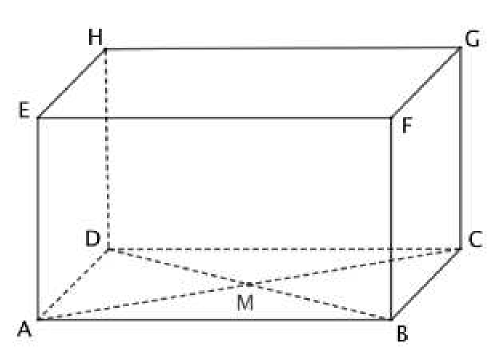

H
G
E
F
D
C
A
B


H
G
E
F
D
C
A
B

Exemple

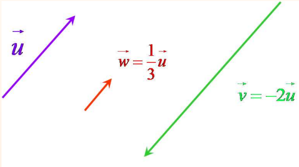
Dans le parallélépipède ci-contre, M est le centre du rectangle ABCD.

Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{MG}$ et $\overrightarrow{MF}$ comme combinaisons linéaires des vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$.



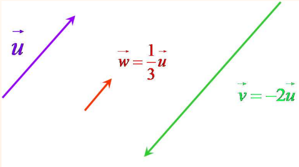
Définition

Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont .... signifie qu'ils ont même direction, c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$.



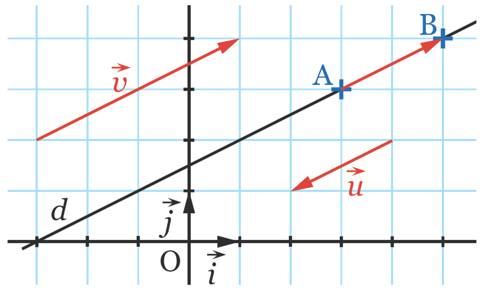
Définition

Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires signifie qu'ils ont même direction, c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$.



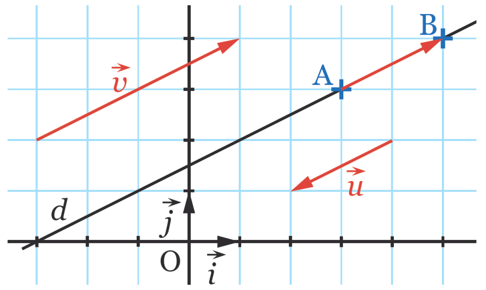
Définition

On appelle .... de d tout vecteur non nul qui possède la même direction que la droite d.



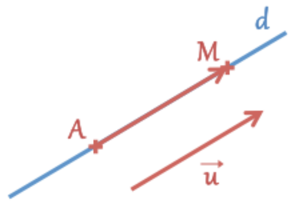
Définition

On appelle vecteur directeur de d tout vecteur non nul qui possède la même direction que la droite d.



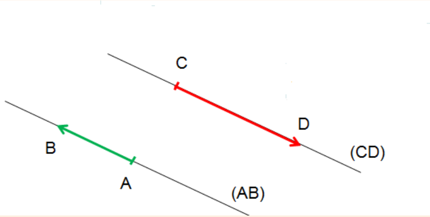
Propriété

Soit A un point de l'espace et $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul de l'espace. La droite d passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ est l'ensemble des points M tels que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont colinéaires.



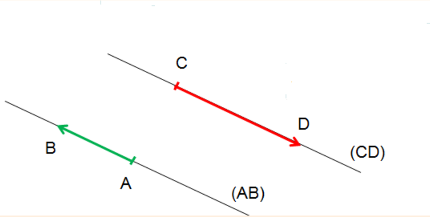
Propriété

Deux droites de l'espace de vecteurs directeurs respectifs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont .... si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.



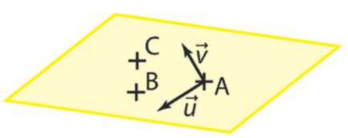
Propriété

Deux droites de l'espace de vecteurs directeurs respectifs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.



Définition

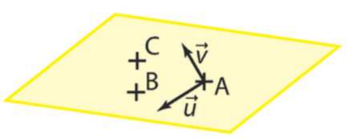
Un plan de l'espace est définie par :



Définition

Un plan de l'espace est définie par :

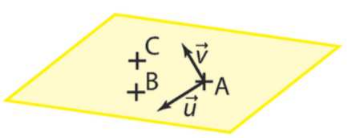
- soit par trois points non alignés (ABC).



Définition

Un plan de l'espace est définie par :

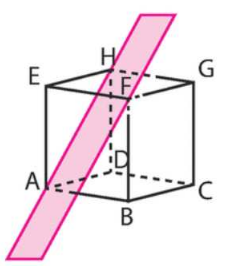
- soit par trois points non alignés (ABC).
- Soit par un point et deux vecteurs non colinéaires $(A; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$



Exemple

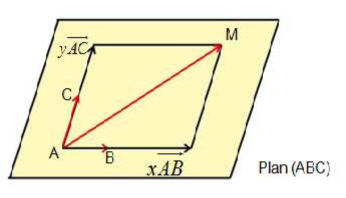
Dans le cube $ABCDEFGH$, le plan (AFH) est déterminé par :

- les trois points A, F et H
- ou bien par le point A et les vecteurs non colinéaires $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AH}$.



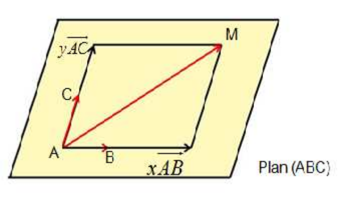
Propriété

Soient A, B et C trois points non alignés de l'espace. Un point M de l'espace appartient au plan (ABC) si et seulement si il existe deux nombres réels x et y tels que ....



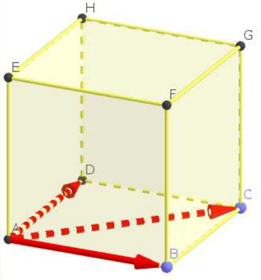
Propriété

Soient A, B et C trois points non alignés de l'espace. Un point M de l'espace appartient au plan (ABC) si et seulement si il existe deux nombres réels x et y tels que $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.



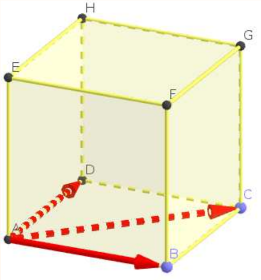
Définition

On considère quatre points de l'espace A, B, C et D et trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AD}$.
Les trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont dits ……… si les points A, B, C et D sont dans un même plan.



Définition

On considère quatre points de l'espace A, B, C et D et trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AD}$.
Les trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont dits coplanaires si les points A, B, C et D sont dans un même plan.



Remarque

3 points sont toujours coplanaires. il existe toujours un plan contenant 3 points.

Remarque

3 points sont toujours coplanaires. il existe toujours un plan contenant 3 points.

Il est important de comprendre l'analogie avec les chaises : Une chaise à 3 pieds n'est jamais bancale !

Remarque

3 points sont toujours coplanaires. il existe toujours un plan contenant 3 points.

Il est important de comprendre l'analogie avec les chaises : Une chaise à 3 pieds n'est jamais bancale !

Car les points qui touchent le sol sont toujours coplanaires.

Remarque

3 points sont toujours coplanaires. il existe toujours un plan contenant 3 points.

Il est important de comprendre l'analogie avec les chaises : Une chaise à 3 pieds n'est jamais bancale !

Car les points qui touchent le sol sont toujours coplanaires.

Mais une chaise à 4 pieds peut être bancale.

Remarque

3 points sont toujours coplanaires. il existe toujours un plan contenant 3 points.

Il est important de comprendre l'analogie avec les chaises : Une chaise à 3 pieds n'est jamais bancale !

Car les points qui touchent le sol sont toujours coplanaires.

Mais une chaise à 4 pieds peut être bancale.

Car 4 points ne sont pas toujours coplanaires !

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires.

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont .... si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Preuve :

On appelle A, B, C et D des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$.

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Preuve :

On appelle A, B, C et D des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ;

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Preuve :

On appelle A, B, C et D des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ; les points A, B et C définissent donc un plan.

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Preuve :

On appelle A, B, C et D des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ; les points A, B et C définissent donc un plan. D appartient à (ABC) si, et seulement si,

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Preuve :

On appelle A, B, C et D des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ; les points A, B et C définissent donc un plan. D appartient à (ABC) si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Preuve :

On appelle A, B, C et D des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ; les points A, B et C définissent donc un plan. D appartient à (ABC) si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$. Par conséquent $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si, et seulement si,

Propriété

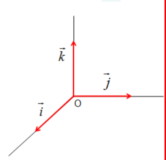
On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.

Preuve :

On appelle A, B, C et D des points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires ; les points A, B et C définissent donc un plan. D appartient à (ABC) si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$. Par conséquent $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

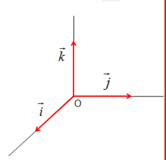
Propriété

Soit $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$, trois vecteurs non coplanaires. Pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$, il existe un unique triplet (x, y, z) tel que $\overrightarrow{u} = \ldots\ldots\ldots\ldots$



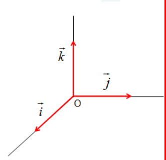
Propriété

Soit $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$, trois vecteurs non coplanaires. Pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$, il existe un unique triplet (x, y, z) tel que $\overrightarrow{u} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}$



Propriété

Soit $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$, trois vecteurs non coplanaires. Pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$, il existe un unique triplet (x, y, z) tel que $\overrightarrow{u} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}$

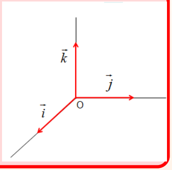


Définition

Soit $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$, trois vecteurs non coplanaires de l'espace. On appelle .... le triplet $\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$

Propriété

Soit $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$, trois vecteurs non coplanaires. Pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$, il existe un unique triplet (x, y, z) tel que $\overrightarrow{u} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j} + z\overrightarrow{k}$



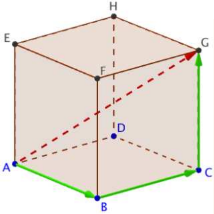
Définition

Soit $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$, trois vecteurs non coplanaires de l'espace. On appelle base de l'espace le triplet $\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$

Exemple

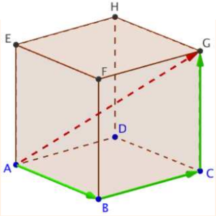
ABCDEFGH est un cube.

- Reconnaître une base de l'espace.
- Décomposer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ dans cette base.



Exemple

ABCDEFGH est un cube.

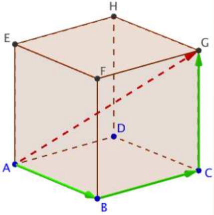


- Reconnaître une base de l'espace.
  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ est une base de l'espace
- Décomposer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ dans cette base.

Exemple

ABCDEFGH est un cube.

- Reconnaître une base de l'espace.
  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ est une base de l'espace
- Décomposer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ dans cette base.

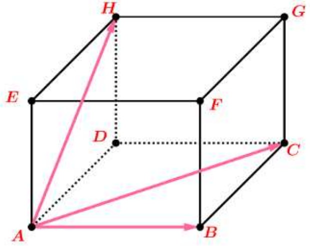


$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}\end{aligned}$$

Un **repère** : c'est un point, appelé origine et 3 vecteurs non coplanaires, appelés la base du repère. Exemples :

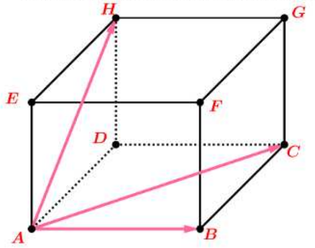
Un **repère** : c'est un point, appelé origine et 3 vecteurs non coplanaires, appelés la base du repère. Exemples :

$(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AH})$ est un repère de l'espace.

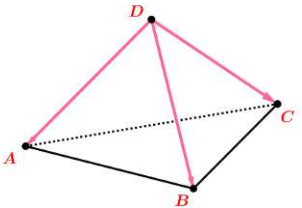


Un **repère** : c'est un point, appelé origine et 3 vecteurs non coplanaires, appelés la base du repère. Exemples :

$(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AH})$ est un repère de l'espace.



$(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC})$ est un repère de l'espace.



Définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.
Il existe un unique triplet $(x; y; z)$ tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
x est l'.......... du point M, y est l'............. du point M et z est la ....
$(x; y; z)$ sont les .... de M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.
Il existe un unique triplet $(x; y; z)$ tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
x est l'abscisse du point M, y est l'............ du point M et z est la ....
$(x; y; z)$ sont les .... de M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.
Il existe un unique triplet $(x; y; z)$ tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
x est l'abscisse du point M, y est l'ordonnée du point M et z est la ....
$(x; y; z)$ sont les .... de M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

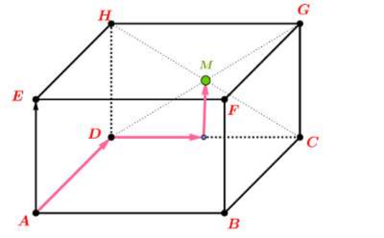
Définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.
Il existe un unique triplet $(x; y; z)$ tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
x est l'abscisse du point M, y est l'ordonnée du point M et z est la côte
$(x; y; z)$ sont les .... de M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

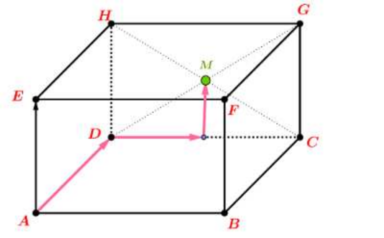
Définition

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.
Il existe un unique triplet $(x; y; z)$ tel que pour tout point M de l'espace, on a $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
x est l'abscisse du point M, y est l'ordonnée du point M et z est la côte
$(x; y; z)$ sont les coordonnées de M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Quelles sont les coordonnées du point M dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$?

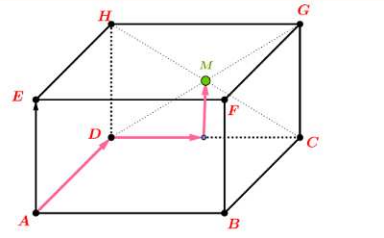


Quelles sont les coordonnées du point M dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$?



On essaye d'exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.

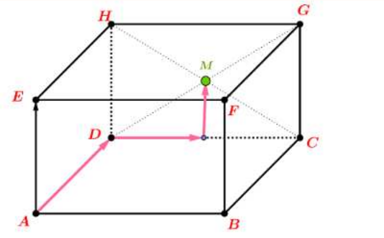
Quelles sont les coordonnées du point M dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$?



On essaye d'exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.

On a $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

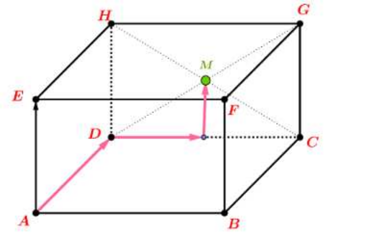
Quelles sont les coordonnées du point M dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$?



On essaye d'exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.

On a $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

Quelles sont les coordonnées du point M dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$?



On essaye d'exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.

On a $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

Donc M a pour coordonnées dans ce repère $(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2})$

Théorème

- Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées . . . .
. . . .

Théorème

- Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$

Théorème

- Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$
- Trois points A, B et C de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que ....

Théorème

- Si $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$
- Trois points A, B et C de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

Théorème

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées : ....

Dans un repère orthonormé :

- La norme du vecteur $\vec{u}$ est $|| \vec{u} || = \ldots\ldots\ldots$
- La distance AB est donnée par :

$$AB = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Théorème

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées : $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} ; \dfrac{y_A + y_B}{2} ; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$

Dans un repère orthonormé :

- La norme du vecteur $\vec{u}$ est $|| \vec{u} || = \ldots\ldots\ldots.$
- La distance AB est donnée par :

$$AB = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Théorème

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$

Dans un repère orthonormé :

- La norme du vecteur $\vec{u}$ est $||\ \vec{u}\ || = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.
- La distance AB est donnée par :

$$AB = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Théorème

- Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$

Dans un repère orthonormé :

- La norme du vecteur $\vec{u}$ est $||\vec{u}|| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.
- La distance AB est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$$