Cours de terminale S
Vecteurs, droites et plans de l'espace

A. OLLIVIER

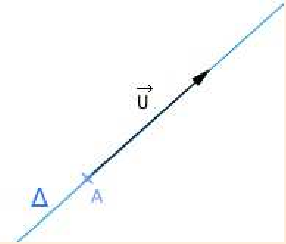
Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

2022-2023

Théorème

$M(x; y; z)$ appartient à la droite Δ passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et de vecteur directeur non nul $\overrightarrow{u}\ (a; b; c)$ si et seulement si il existe un réel t tel que :

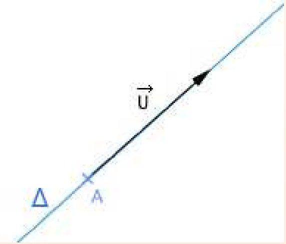
$$\begin{cases} x = \ldots\ldots\ldots \\ y = \ldots\ldots\ldots \\ z = \ldots\ldots\ldots \end{cases}$$



Théorème

$M(x;y;z)$ appartient à la droite Δ passant par $A(x_A;y_A;z_A)$ et de vecteur directeur non nul $\vec{u}$ $(a;b;c)$ si et seulement si il existe un réel t tel que :

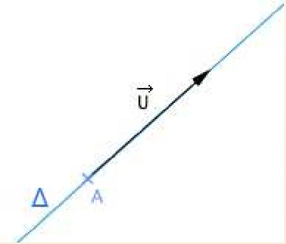
$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$$



Théorème

$M(x; y; z)$ appartient à la droite Δ passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et de vecteur directeur non nul $\vec{u}$ $(a; b; c)$ si et seulement si il existe un réel t tel que :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$$



Démonstration

$M \in \Delta$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}\,(x - x_A; y - y_A; z - z_A)$ et $\overrightarrow{u}\,(a; b; c)$ sont colinéaires, c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel t tel que .... , ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{cases}$$

Démonstration

$M \in \Delta$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}\,(x - x_A; y - y_A; z - z_A)$ et $\overrightarrow{u}\,(a; b; c)$ sont colinéaires, c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel t tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{u}$, ce qui équivaut à :

$$\left\{\begin{array}{ccc} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$$

Démonstration

$M \in \Delta$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}\,(x - x_A ; y - y_A ; z - z_A)$ et $\overrightarrow{u}\,(a ; b ; c)$ sont colinéaires, c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel t tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{u}$, ce qui équivaut à :

$$\left\{ \begin{array}{l} x - x_A = at \\ y - y_A = bt \\ z - z_A = ct \end{array} \right.$$

Définition

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & at + x_A \\ y & = & bt + y_A \\ z & = & ct + z_A \end{array}\right. , \quad t \in \mathbb{R}, \quad \text{est} \quad \text{appelé}$$
....

Remarques

Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend ....
....

Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de
....

Définition

$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, est appelé représentation paramétrique de la droite Δ.

Remarques

Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend ....

....

Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de

....

Définition

$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, est appelé représentation paramétrique de la droite Δ.

Remarques

Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend du choix du point A et du vecteur directeur $\overrightarrow{u}$

Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de

....

Définition

$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, est appelé représentation paramétrique de la droite Δ.

Remarques

Il existe plusieurs représentations paramétriques pour une même droite : chaque représentation dépend du choix du point A et du vecteur directeur $\overrightarrow{u}$

Si on restreint $t \in \mathbb{R}^+$, alors $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ sont de même sens et on obtient alors une représentation paramétrique de la demi-droite d'origine A et de même sens que $\overrightarrow{u}$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ \ldots \end{pmatrix}$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB).

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{\begin{array}{ccc} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{ \begin{array}{ccc} x - 0 & = & -2t \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{array} \right.$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{ \begin{array}{ccc} x-0 & = & -2t \\ y-1 & = & 0t \\ \dots & \dots & \dots \end{array} \right.$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\begin{cases} x - 0 & = & -2t \\ y - 1 & = & 0t \\ z - 2 & = & 1t \end{cases}$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{\begin{array}{lcl} x-0 & = & -2t \\ y-1 & = & 0t \\ z-2 & = & 1t \end{array}\right.$ Donc une représentation paramétrique de (AB) est : $\left\{\begin{array}{ccc} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{\begin{array}{lll} x-0 & = & -2t \\ y-1 & = & 0t \\ z-2 & = & 1t \end{array}\right.$ Donc une représentation paramétrique de (AB) est : $\left\{\begin{array}{lll} x & = & -2t \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{array}\right.$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{\begin{array}{rcr} x-0 & = & -2t \\ y-1 & = & 0t \\ z-2 & = & 1t \end{array}\right.$ Donc une représentation paramétrique de (AB) est : $\left\{\begin{array}{rcr} x & = & -2t \\ y & = & 1 \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{\begin{array}{rcl} x-0 & = & -2t \\ y-1 & = & 0t \\ z-2 & = & 1t \end{array}\right.$ Donc une représentation paramétrique de (AB) est : $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & -2t \\ y & = & 1 \\ z & = & t+2 \end{array}\right.$

Exemple

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) où $A(0;1;2)$ et $B(-2;1;3)$

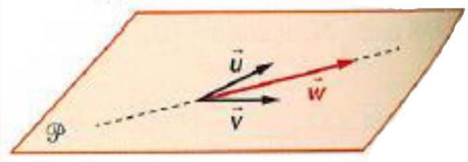
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) et a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Soit $M(x;y;z)$, un point de la droite (AB). Alors, il existe $t \in \mathbb{R}$, tel que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$ car les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

D'où le système : $\left\{\begin{array}{lcl} x-0 & = & -2t \\ y-1 & = & 0t \\ z-2 & = & 1t \end{array}\right.$ Donc une représentation paramétrique de (AB) est : $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -2t \\ y & = & 1 \\ z & = & t+2 \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

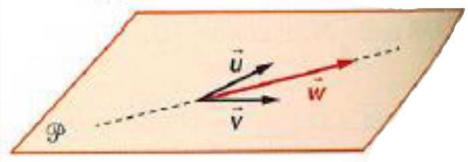
Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires.



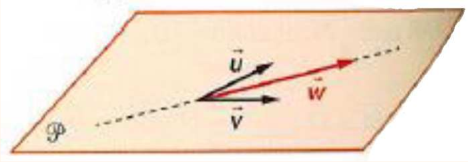
Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont .... si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.



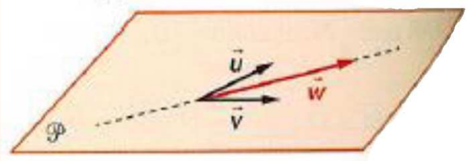
Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.



Propriété

On considère trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ tels que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne soient pas colinéaires. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires si, et seulement si, il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$.



Propriété

Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overleftarrow{k}\,)$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que
$\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix},$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix},$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ \dots \end{pmatrix}$,

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$,

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overleftarrow{k}\,)$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2;-1;4)$, $B(6;-7;0)$, $C(1;0;1)$ et $D(13;-16;5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que
$\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.
On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

$$\begin{cases} 11 & = & x \times 4 + y \times (-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{cases}$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overleftarrow{k}\,)$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

$$\left\{\begin{array}{ccc} 11 & = & x \times 4 + y \times (-1) \\ -15 & = & x \times (-6) + y \times 1 \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overleftarrow{k}\,)$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

$$\left\{\begin{array}{rcc} 11 & = & x \times 4 + y \times (-1) \\ -15 & = & x \times (-6) + y \times 1 \\ 1 & = & x \times (-4) + y \times (-3) \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overleftarrow{k}\,)$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix},\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

$$\left\{\begin{array}{ccc} 11 & = & x \times 4 + y \times (-1) \\ -15 & = & x \times (-6) + y \times 1 \\ 1 & = & x \times (-4) + y \times (-3) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccc} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overleftarrow{k})$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

$$\left\{\begin{array}{ccc} 11 & = & x \times 4 + y \times (-1) \\ -15 & = & x \times (-6) + y \times 1 \\ 1 & = & x \times (-4) + y \times (-3) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccc} 4x - y & = & 11 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overleftarrow{k}\,)$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

$$\left\{\begin{array}{rcc} 11 & = & x \times 4 + y \times (-1) \\ -15 & = & x \times (-6) + y \times 1 \\ 1 & = & x \times (-4) + y \times (-3) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcr} 4x - y & = & 11 \\ -6x + y & = & -15 \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un repère de l'espace $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j}\,; \overleftarrow{k}\,)$, on considère les points $A(2; -1; 4)$, $B(6; -7; 0)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(13; -16; 5)$.
Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Rappel : Les points A, B, C et D sont coplanaires si et seulement si il existe des réels x et y, tels que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix},\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 11 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.
On cherche x et y, réels tels que : $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

$$\left\{\begin{array}{rcl} 11 & = & x \times 4 + y \times (-1) \\ -15 & = & x \times (-6) + y \times 1 \\ 1 & = & x \times (-4) + y \times (-3) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcl} 4x - y & = & 11 \\ -6x + y & = & -15 \\ -4x - 3y & = & 1 \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} 4x - y & = & 11 \\ -6x + y & = & -15 \\ -4x - 3y & = & 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & \\ -4x - 3y & = & 1 & \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x-y & = & 11 & (l_1) \\ -6x+y & = & -15 & (l_2) \\ -4x-3y & = & 1 & \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{cases}$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{cases} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{cases}$$

$l_1 + l_2$:

$$4x - y - 6x + y = 11 - 15$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$4x - y - 6x + y = 11 - 15$$
$$-2x = -4$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x-y & = & 11 & (l_1) \\ -6x+y & = & -15 & (l_2) \\ -4x-3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x-y-6x+y &= 11-15 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\left\{\begin{array}{rcrl} 4x-y & = & 11 & (l_1) \\ -6x+y & = & -15 & (l_2) \\ -4x-3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x-y-6x+y &= 11-15 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$4x - y = 11$$

$$\begin{cases} 4x - y = 11 & (l_1) \\ -6x + y = -15 & (l_2) \\ -4x - 3y = 1 & (l_3) \end{cases}$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$4 \times 2 - y = 11$$

$$\begin{cases} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{cases}$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ \color{red}{x} &= \color{red}{2} \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times \color{red}{2} - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{cases}$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times 2 - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \\ -y &= 11 - 8 \end{aligned}$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x-y & = & 11 & (l_1) \\ -6x+y & = & -15 & (l_2) \\ -4x-3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ \color{red}{x} &= \color{red}{2} \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times \color{red}{2} - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \\ -y &= 11 - 8 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x-y & = & 11 & (l_1) \\ -6x+y & = & -15 & (l_2) \\ -4x-3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ {\color{red}x} &= {\color{red}2} \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times {\color{red}2} - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \\ -y &= 11 - 8 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

Dans l_3 :

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times 2 - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \\ -y &= 11 - 8 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

Dans l_3 :

$$-4x - 3y$$

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{array}\right.$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ \color{red}{x} &= \color{red}{2} \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times \color{red}{2} - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \\ -y &= 11 - 8 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

Dans l_3 :

$$-4 \times \color{red}{2} - 3y$$

$$\begin{cases} 4x - y &= 11 & (l_1) \\ -6x + y &= -15 & (l_2) \\ -4x - 3y &= 1 & (l_3) \end{cases}$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ \color{red}{x} &= \color{red}{2} \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times \color{red}{2} - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \\ -y &= 11 - 8 \\ \color{blue}{y} &= \color{blue}{-3} \end{aligned}$$

Dans l_3 :

$$-4 \times \color{red}{2} - 3 \times (\color{blue}{-3})$$

$$\begin{cases} 4x - y & = & 11 & (l_1) \\ -6x + y & = & -15 & (l_2) \\ -4x - 3y & = & 1 & (l_3) \end{cases}$$

$l_1 + l_2$:

$$\begin{aligned} 4x - y - 6x + y &= 11 - 15 \\ -2x &= -4 \\ {\color{red}x} &= {\color{red}2} \end{aligned}$$

Dans l_1 :

$$\begin{aligned} 4 \times {\color{red}2} - y &= 11 \\ 8 - y &= 11 \\ -y &= 11 - 8 \\ {\color{blue}y} &= {\color{blue}-3} \end{aligned}$$

Dans l_3 :

$$-4 \times {\color{red}2} - 3 \times ({\color{blue}-3}) = 1$$

On a trouvé $x = \dots$ et $y = \dots$.

On a trouvé $x = 2$ et $y = \ldots$.

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.
Donc $\overrightarrow{AD} = \dots\overrightarrow{AB} + \dots\overrightarrow{AC}$.

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.
Donc $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \ldots \overrightarrow{AC}$.

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.
Donc $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.
Donc $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont ....

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.
Donc $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.
Donc $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.

Par conséquents les points A, B, C et D sont . . . .

On a trouvé $x = 2$ et $y = -3$.
Donc $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.

Par conséquents les points A, B, C et D sont coplanaires.

Propriété

Des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ forment une .... de l'espace si et seulement si ces vecteurs ne sont pas coplanaires.

Propriété

Des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ forment une base de l'espace si et seulement si ces vecteurs ne sont pas coplanaires.

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$,

$\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$

Alors :

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$
Alors :

$$\left\{\begin{array}{lll} \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{array}\right.$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$
Alors :

$$\left\{ \begin{array}{cccc} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \end{array} \right.$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$

Alors :

$$\left\{\begin{array}{ccccc} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ 0 & = & -4a+2b & (L_2) \\ \dots & \dots & \dots & \end{array}\right.$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$

Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & (L_1) \\ 0 = -4a + 2b & (L_2) \\ 7 = a + 3b & (L_3) \end{cases}$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$

Alors :

$$\left\{\begin{array}{rcrl} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ 0 & = & -4a+2b & (L_2) \\ 7 & = & a+3b & (L_3) \end{array}\right.$$

$(L_1 - 2L_3)$:

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$

Alors :

$$\left\{\begin{array}{lcll} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ 0 & = & -4a+2b & (L_2) \\ 7 & = & a+3b & (L_3) \end{array}\right.$$

$(L_1 - 2L_3)$: $\quad 4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$

Alors :

$$\left\{\begin{array}{lcll} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ 0 & = & -4a+2b & (L_2) \\ 7 & = & a+3b & (L_3) \end{array}\right.$$

$(L_1 - 2L_3)$: $\quad 4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$

$$-10 = -5b$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

Alors :

$$\left\{\begin{array}{rcrl} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ 0 & = & -4a+2b & (L_2) \\ 7 & = & a+3b & (L_3) \end{array}\right.$$

$(L_1 - 2L_3)$: $4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$

$$-10 = -5b$$

$$b = 2$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

Alors :

$$\left\{\begin{array}{lllr} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ 0 & = & -4a+2b & (L_2) \\ 7 & = & a+3b & (L_3) \end{array}\right.$$

$(L_1 - 2L_3)$: $4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$

$-10 = -5b$

$b = 2$

(L_1) : $4 = 2a + b$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & (L_1) \\ 0 = -4a + 2b & (L_2) \\ 7 = a + 3b & (L_3) \end{cases}$$

$(L_1 - 2L_3)$:
$$4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$$
$$-10 = -5b$$
$$b = 2$$

(L_1) :
$$4 = 2a + b$$
$$4 = 2a + 2$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & (L_1) \\ 0 = -4a + 2b & (L_2) \\ 7 = a + 3b & (L_3) \end{cases}$$

$(L_1 - 2L_3)$:

$$4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$$
$$-10 = -5b$$
$$b = 2$$

(L_1) :

$$4 = 2a + b$$
$$4 = 2a + 2$$
$$2 = 2a$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & (L_1) \\ 0 = -4a + 2b & (L_2) \\ 7 = a + 3b & (L_3) \end{cases}$$

$(L_1 - 2L_3)$:
$$4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$$
$$-10 = -5b$$
$$b = 2$$

(L_1) :
$$4 = 2a + b$$
$$4 = 2a + 2$$
$$2 = 2a$$
$$a = 1$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$

Alors :

$$\left\{\begin{array}{rcll} 4 & = & 2a+b & (L_1) \\ 0 & = & -4a+2b & (L_2) \\ 7 & = & a+3b & (L_3) \end{array}\right.$$

$(L_1 - 2L_3)$:

$$\begin{aligned} 4-14 &= 2a+b-2a-6b \\ -10 &= -5b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

(L_1) :

$$\begin{aligned} 4 &= 2a+b \\ 4 &= 2a+2 \\ 2 &= 2a \\ a &= 1 \end{aligned}$$

(L_2) : $-4a+2b =$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & (L_1) \\ 0 = -4a + 2b & (L_2) \\ 7 = a + 3b & (L_3) \end{cases}$$

$(L_1 - 2L_3)$:
$$4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$$
$$-10 = -5b$$
$$b = 2$$

(L_1) :
$$4 = 2a + b$$
$$4 = 2a + 2$$
$$2 = 2a$$
$$a = 1$$

(L_2) : $-4a + 2b = -4 \times 1 + 2 \times 2$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$
Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & (L_1) \\ 0 = -4a + 2b & (L_2) \\ 7 = a + 3b & (L_3) \end{cases}$$

$(L_1 - 2L_3)$: $4 - 14 = 2a + b - 2a - 6b$

$-10 = -5b$

$b = 2$

(L_1) : $4 = 2a + b$

$4 = 2a + 2$

$2 = 2a$

$a = 1$

(L_2) : $-4a + 2b = -4 \times 1 + 2 \times 2$

$= -4 + 4$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & (L_1) \\ 0 = -4a + 2b & (L_2) \\ 7 = a + 3b & (L_3) \end{cases}$$

$(L_1 - 2L_3)$:
$$\begin{aligned} 4 - 14 &= 2a + b - 2a - 6b \\ -10 &= -5b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

(L_1) :
$$\begin{aligned} 4 &= 2a + b \\ 4 &= 2a + 2 \\ 2 &= 2a \\ a &= 1 \end{aligned}$$

(L_2) :
$$\begin{aligned} -4a + 2b &= -4 \times 1 + 2 \times 2 \\ &= -4 + 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Supposons qu'il existe des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$
Alors :

$$\begin{cases} 4 = 2a+b & (L_1) \\ 0 = -4a+2b & (L_2) \\ 7 = a+3b & (L_3) \end{cases}$$

$$(L_1 - 2L_3) : \quad \begin{aligned} 4 - 14 &= 2a + b - 2a - 6b \\ -10 &= -5b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$(L_1) : \quad \begin{aligned} 4 &= 2a+b \\ 4 &= 2a+2 \\ 2 &= 2a \\ a &= 1 \end{aligned}$$

$$(L_2) : \quad \begin{aligned} -4a+2b &= -4\times 1 + 2\times 2 \\ &= -4+4 \\ &= 0 \checkmark \end{aligned}$$

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Ainsi $\overrightarrow{w} = \ldots\,\overrightarrow{u} + \ldots\,\overrightarrow{v}$.

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Ainsi $\overrightarrow{w} = 1\overrightarrow{u} + \ldots\overrightarrow{v}$.

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Ainsi $\overrightarrow{w} = 1\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$.

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$,

$\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Ainsi $\overrightarrow{w} = 1\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont

....

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Ainsi $\overrightarrow{w} = 1\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Ainsi $\vec{w} = 1\vec{u} + 2\vec{v}$. Donc les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

Par conséquent les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ....
....

Exemple

Dans l'espace muni d'un repère, les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-4\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}4\\0\\7\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

Ainsi $\overrightarrow{w} = 1\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$. Donc les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires

Par conséquent les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ ne forment pas une base de l'espace

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

Exemple

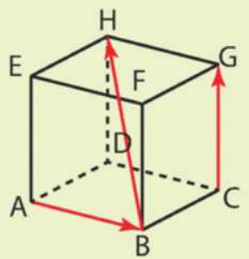
Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.

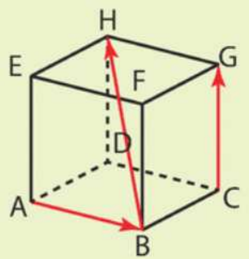


Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



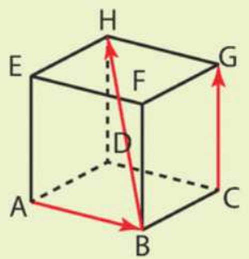
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

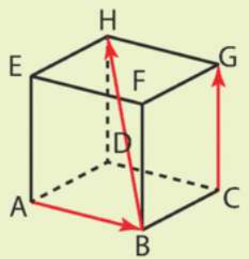
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix},$$

Exemple

Dans un cube *ABCDEFGH*, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

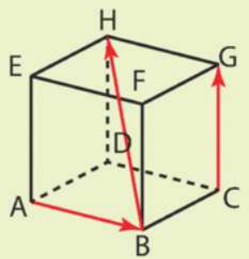
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ \ldots \end{pmatrix},$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

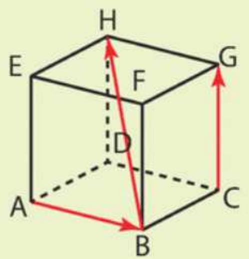
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \end{pmatrix},$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

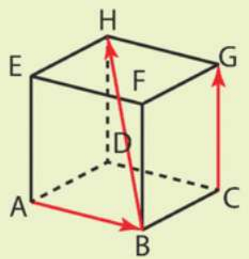
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

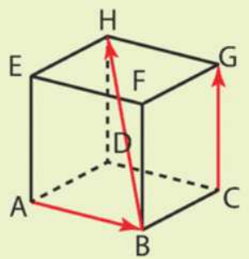
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

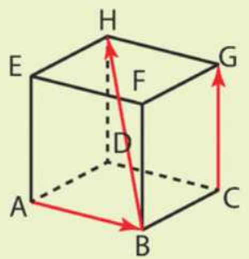
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

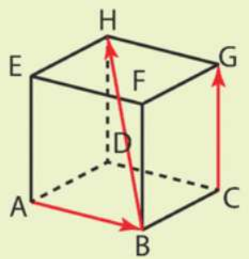
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

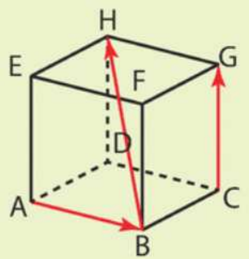
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BH}, \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

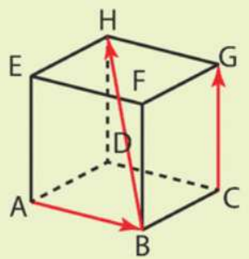
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

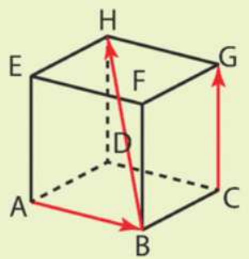
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

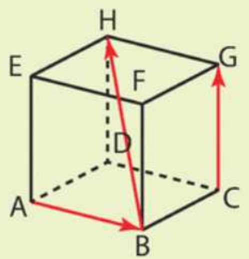
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \dots \end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

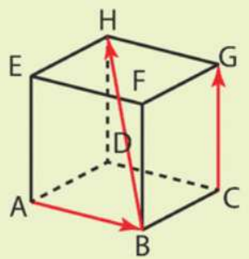
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas colinéaires.

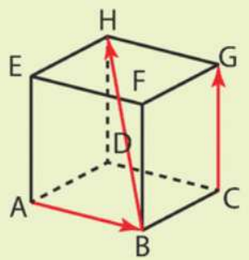
Supposons qu'il existe deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Considérons le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$. Dans ce repère les vecteurs ont pour coordonnées :

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, ce qui donne en identifiant les coordonnées :

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



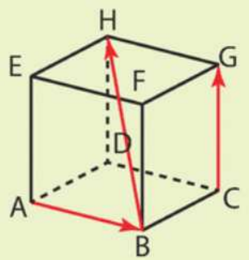
$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{cases}$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BH}, \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



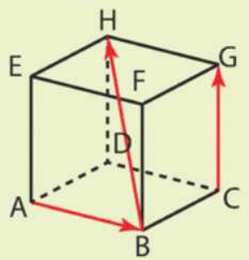
$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\left\{\begin{array}{ccc} 0 & = & a-b \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



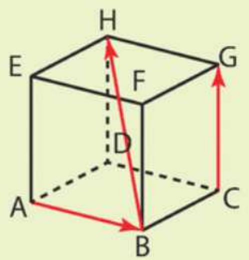
$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\left\{\begin{array}{ccc} 0 & = & a - b \\ 0 & = & b \\ \dots & \dots & \dots \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un cube *ABCDEFGH*, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



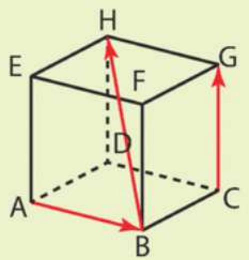
$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\left\{\begin{array}{rcl} 0 & = & a - b \\ 0 & = & b \\ 1 & = & b \end{array}\right.$$

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

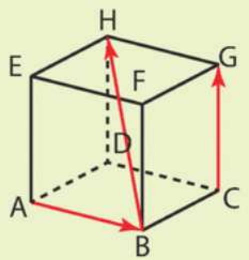
$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\left\{\begin{array}{lcc} 0 & = & a-b \\ 0 & = & b \\ 1 & = & b \end{array}\right.$$

Donc ce système n'a pas de solution et les réels a et b n'existent pas.

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

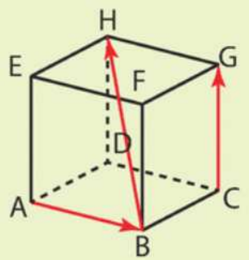
$$\begin{cases} 0 = a - b \\ 0 = b \\ 1 = b \end{cases}$$

Donc ce système n'a pas de solution et les réels a et b n'existent pas.

Ainsi, il n'existe pas de réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

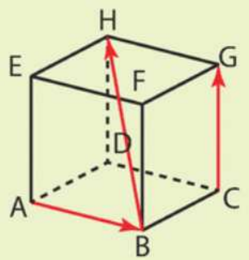
$$\begin{cases} 0 = a - b \\ 0 = b \\ 1 = b \end{cases}$$

Donc ce système n'a pas de solution et les réels a et b n'existent pas.

Ainsi, il n'existe pas de réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.
Et donc les vecteurs $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas coplanaires.

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 0 = a - b \\ 0 = b \\ 1 = b \end{cases}$$

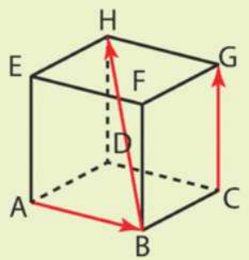
Donc ce système n'a pas de solution et les réels a et b n'existent pas.

Ainsi, il n'existe pas de réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.
Et donc les vecteurs $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas coplanaires.

Par conséquent, le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une ......
....

Exemple

Dans un cube $ABCDEFGH$, démontrer que le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.



$\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.

$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 0 = a - b \\ 0 = b \\ 1 = b \end{cases}$$

Donc ce système n'a pas de solution et les réels a et b n'existent pas.

Ainsi, il n'existe pas de réels a et b tels que $\overrightarrow{CG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{BH}$.
Et donc les vecteurs $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH}$ ne sont pas coplanaires.

Par conséquent, le triplet $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BH},\ \overrightarrow{CG}\right)$ est bien une base de l'espace.