Chap 12 : Équations différentielles

A. OLLIVIER

Terminale

Dans ce chapitre, a et b sont des réels et f est une fonction définie et continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Définition

L'équation différentielle (E_0) : $y' = ay$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = 0$, est appelé équation différentielle ....

Définition

L'équation différentielle (E_0) : $y' = ay$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = 0$, est appelé équation différentielle linéaire homogène de premier ordre à coefficient constant.

Définition

L'équation différentielle (E_0) : $y' = ay$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = 0$, est appelé équation différentielle linéaire homogène de premier ordre à coefficient constant.

Propriété

- Les solutions de (E_0) : $y' = ay$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par ....

Définition

L'équation différentielle (E_0) : $y' = ay$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = 0$, est appelé équation différentielle linéaire homogène de premier ordre à coefficient constant.

Propriété

- Les solutions de (E_0) : $y' = ay$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

Définition

L'équation différentielle (E_0) : $y' = ay$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = 0$, est appelé équation différentielle linéaire homogène de premier ordre à coefficient constant.

Propriété

- Les solutions de (E_0) : $y' = ay$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$.

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle)

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) =$

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$.

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$

Démonstration exigible :

(⇒) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
(⇐) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$)

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) =$

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).

($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.

Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} =$

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = ay(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} =$

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = ay(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = 0$

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = ay(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = 0$
Donc g est une fonction constante,

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = ay(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = 0$
Donc g est une fonction constante, c'est-à-dire qu'il existe un réel λ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \lambda$

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = ay(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = 0$
Donc g est une fonction constante, c'est-à-dire qu'il existe un réel λ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \lambda$ soit $y(x)e^{-ax} = \lambda$.

Démonstration exigible :

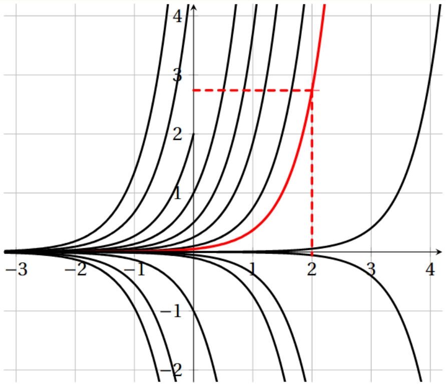
($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = ay(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = 0$
Donc g est une fonction constante, c'est-à-dire qu'il existe un réel λ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \lambda$ soit $y(x)e^{-ax} = \lambda$.
En conclusion, $y(x) = \lambda e^{ax}$.

Démonstration exigible :

($\Rightarrow$) : Soient λ un réel et y une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{ax}$. Alors y est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit d'une constante par la composée d'une fonction affine et de la fonction exponentielle) et , pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$y'(x) = \lambda a e^{ax} = ay(x)$. Ainsi y est solution de (E_0).
($\Leftarrow$) : Soient y une solution de (E_0) et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = y(x)e^{-ax}$.
Alors g est dérivable sur $\mathbb{R}$ (produit et composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$) et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$g'(x) = y'(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = ay(x)e^{-ax} - ay(x)e^{-ax} = 0$
Donc g est une fonction constante, c'est-à-dire qu'il existe un réel λ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \lambda$ soit $y(x)e^{-ax} = \lambda$.
En conclusion, $y(x) = \lambda e^{ax}$. ■

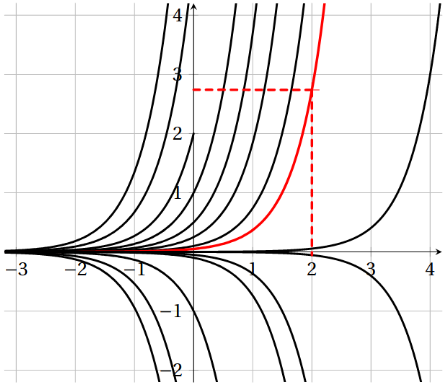
Les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \dots$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$, sont les solutions de l'équation différentielle (E_0) : $y' = 2y$.

L'allure des courbes représentatives de certaines solutions de (E_0) est données ci-contre.



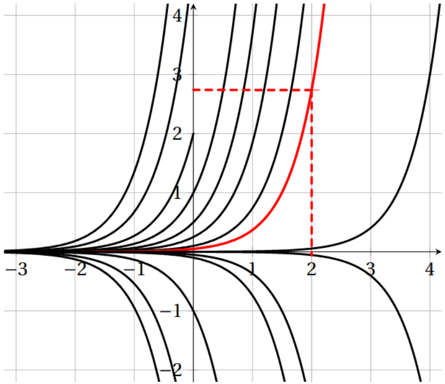
Les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \lambda e^{2x}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$, sont les solutions de l'équation différentielle (E_0) : $y' = 2y$.

L'allure des courbes représentatives de certaines solutions de (E_0) est données ci-contre.



Les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \lambda e^{2x}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$, sont les solutions de l'équation différentielle (E_0) : $y' = 2y$.

L'allure des courbes représentatives de certaines solutions de (E_0) est données ci-contre.



Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de $(E_0) : y' = ay$ et soit k un réel.

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel.
La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel. La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$(y_1 + y_2)' =$

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel. La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' =$

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel.
La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

<u>Démonstration :</u>

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 =$

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel. La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 = a(y_1 + y_2).$$

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel. La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 = a(y_1 + y_2)$.
La fonction $y_1 + y_2$ est donc aussi une solution de (E_0).

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel.
La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 = a(y_1 + y_2)$.
La fonction $y_1 + y_2$ est donc aussi une solution de (E_0).

$(ky_1)' =$

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel. La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 = a(y_1 + y_2)$.
La fonction $y_1 + y_2$ est donc aussi une solution de (E_0).

$(ky_1)' = ky_1' =$

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel. La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 = a(y_1 + y_2)$.
La fonction $y_1 + y_2$ est donc aussi une solution de (E_0).

$(ky_1)' = ky_1' = kay_1 =$

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel.
La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

Démonstration :

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 = a(y_1 + y_2)$.
La fonction $y_1 + y_2$ est donc aussi une solution de (E_0).

$(ky_1)' = ky_1' = kay_1 = a(ky_1)$.

Propriété

Soient y_1 et y_2 des solutions de (E_0) : $y' = ay$ et soit k un réel.
La somme $y_1 + y_2$ et le produit ky_1 sont aussi des solutions de (E_0).

<u>Démonstration :</u>

$(y_1 + y_2)' = y_1' + y_2' = ay_1 + ay_2 = a(y_1 + y_2)$.
La fonction $y_1 + y_2$ est donc aussi une solution de (E_0).

$(ky_1)' = ky_1' = kay_1 = a(ky_1)$.
La fonction ky_1 est donc aussi une solution de (E_0).

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les

fonctions

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
Or $y(2) = 1$

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
Or $y(2) = 1 \iff$

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\dfrac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
Or $y(2) = 1 \iff \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} = 1$

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\dfrac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
Or $y(2) = 1 \iff \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} = 1 \iff \lambda e^{-3} = 1$

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\dfrac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
Or $y(2) = 1 \iff \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} = 1 \iff \lambda e^{-3} = 1 \iff \lambda = e^3$.

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\dfrac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
Or $y(2) = 1 \iff \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} = 1 \iff \lambda e^{-3} = 1 \iff \lambda = e^3$.
La solution cherchée est la fonction y définie sur $\mathbb{R}$ par

Exemple

Résolvons l'équation différentielle (E_0) : $2y' + 3y = 0$ avec la condition initiale $y(2) = 1$.

(E_0) peut s'écrire $y' = \dfrac{3}{2}y$ donc les solutions de (E_0) sont les fonctions $x \mapsto \lambda e^{-\dfrac{3}{2}x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
Or $y(2) = 1 \iff \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} = 1 \iff \lambda e^{-3} = 1 \iff \lambda = e^3$.
La solution cherchée est la fonction y définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = e^{3-\frac{3}{2}x}$.

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = b$, est appelée équation différentielle ....

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = b$, est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant avec second membre.

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = b$, est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant avec second membre.

Propriété

La fonction .... est solution de l'équation différentielle (E).
Cette solution est appelée ....

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = b$, est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant avec second membre.

Propriété

La fonction $x \mapsto -\dfrac{b}{a}$ est solution de l'équation différentielle (E).
Cette solution est appelée ....

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = b$, est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant avec second membre.

Propriété

La fonction $x \mapsto -\dfrac{b}{a}$ est solution de l'équation différentielle (E).
Cette solution est appelée ....

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = b$, est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant avec second membre.

Propriété

La fonction $x \mapsto -\dfrac{b}{a}$ est solution de l'équation différentielle (E).
Cette solution est appelée solution particulière constante.

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$, qui peut aussi s'écrire $y' - ay = b$, est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant avec second membre.

Propriété

La fonction $x \mapsto -\dfrac{b}{a}$ est solution de l'équation différentielle (E).
Cette solution est appelée solution particulière constante.

Propriété

Les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme : .... où

Propriété

Les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme : $x \mapsto y_0(x) + y_p(x)$ où

Propriété

Les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme : $x \mapsto y_0(x) + y_p(x)$ où

- y_p est la solution particulière constante de l'équation (E) : $y' = ay + b$

Propriété

Les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme : $x \mapsto y_0(x) + y_p(x)$ où

- y_p est la solution particulière constante de l'équation (E) : $y' = ay + b$
- y_0 est une solution quelconque de l'équation $y' = ay$.

Propriété

Les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme : $x \mapsto y_0(x) + y_p(x)$ où

- y_p est la solution particulière constante de l'équation (E) : $y' = ay + b$
- y_0 est une solution quelconque de l'équation $y' = ay$.

Propriété

Le solutions de (E) sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

....

Propriété

Les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme : $x \mapsto y_0(x) + y_p(x)$ où

- y_p est la solution particulière constante de l'équation (E) : $y' = ay + b$
- y_0 est une solution quelconque de l'équation $y' = ay$.

Propriété

Le solutions de (E) sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ où λ est une constante réelle.

Exemple

Les solutions de $y' - 2y = 3$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

Exemple

Les solutions de $y' - 2y = 3$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \lambda e^{2x} - \dfrac{3}{2}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

$$(E) \Leftrightarrow$$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

$$(E) \Leftrightarrow y' = -\frac{3}{2}y + 1.$$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$

  avec $a =$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b =$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$.

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} =$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle (E) : $2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.

- On utilise la forme générale des solutions

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.

- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec

  $\lambda \in \mathbb{R}$:

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:
  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.
- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $\quad x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\frac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:
  $(E) \Leftrightarrow y' = -\frac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\frac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$.
- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$
- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\frac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:
  $(E) \Leftrightarrow y' = -\frac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\frac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$.
- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $\quad x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$
- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :
  $y(2) = -\frac{1}{3}$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.

- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$:

  $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$

- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :

  $y(2) = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} + \dfrac{2}{3} = -\dfrac{1}{3}$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:
  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.
- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$
- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :
  $y(2) = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} + \dfrac{2}{3} = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-3} = -1$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:
  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.
- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$
- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :
  $y(2) = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} + \dfrac{2}{3} = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-3} = -1 \Leftrightarrow \lambda = -e^{3}$.

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\frac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:
  $(E) \Leftrightarrow y' = -\frac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\frac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$.
- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $\quad x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$
- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :
  $y(2) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-3} = -1 \Leftrightarrow \lambda = -e^3$.
  La fonction y recherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par
  $y(x) =$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:
  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.
- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $\quad x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$
- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :
  $y(2) = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} + \dfrac{2}{3} = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-3} = -1 \Leftrightarrow \lambda = -e^{3}$.
  La fonction y recherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par
  $y(x) = -e^{3}e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$

Exemple : Déterminer la solution y de l'équation différentielle $(E) : 2y' + 3y = 2$ telle que $y(2) = -\dfrac{1}{3}$.

- On écrit (E) sous la forme $y' = ay + b$:

  $(E) \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{2}y + 1$. On reconnaît la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\dfrac{3}{2}$ et $b = 1$. On en déduit que $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$.

- On utilise la forme générale des solutions $x \mapsto \lambda e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$: $\quad x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$

- On calcule λ à l'aide de la condition initiale :

  $y(2) = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-\frac{3}{2}\times 2} + \dfrac{2}{3} = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda e^{-3} = -1 \Leftrightarrow \lambda = -e^3$.

  La fonction y recherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par

  $y(x) = -e^3 e^{-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$ D'où $y(x) = -e^{3-\frac{3}{2}x} + \dfrac{2}{3}$.

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + f$ est également appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membres.

Définition

L'équation différentielle (E) : $y' = ay + f$ est également appelée équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membres.

Propriété

Les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = ay + f$ sont les fonctions de la forme : $x \mapsto y_0(x) + y_p(x)$ où

- y_p est la solution particulière constante de l'équation (E) : $y' = ay + b$
- y_0 est une solution quelconque de l'équation $y' = ay$.

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$.

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels).

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = m$.

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = m$.
φ est solution de (E) signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = m$.
φ est solution de (E) signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$2m + 3(mx + p) = 6x + 1$

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = m$.
φ est solution de (E) signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$2m + 3(mx + p) = 6x + 1 \iff 2m + 3mx + 3p = 6x + 1$

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$\varphi'(x) = m$.
φ est solution de (E) signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$2m + 3(mx + p) = 6x + 1 \iff 2m + 3mx + 3p = 6x + 1 \iff$

$3mx+2m+3p = 6x+1$

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = m$.
φ est solution de (E) signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$2m + 3(mx + p) = 6x + 1 \iff 2m + 3mx + 3p = 6x + 1 \iff$
$3mx+2m+3p = 6x+1 \iff \begin{cases} 3m & = 6 \\ 2m + 3p & = 1 \end{cases}$

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = m$.
φ est solution de (E) signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$2m + 3(mx + p) = 6x + 1 \iff 2m + 3mx + 3p = 6x + 1 \iff$
$3mx + 2m + 3p = 6x + 1 \iff \begin{cases} 3m & = 6 \\ 2m + 3p & = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} m = 2 \\ p = -1 \end{cases}$

Exemple

Soit (E) l'équation différentielle $2y' + 3y = 6x + 1$. on note φ une fonction affine qui est une solution particulière de (E). A l'aide de φ, résoudre (E).

On pose $\varphi(x) = mx + p$ (où m et p sont réels). En tant que fonction affine, φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = m$.
φ est solution de (E) signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$2m + 3(mx + p) = 6x + 1 \iff 2m + 3mx + 3p = 6x + 1 \iff 3mx + 2m + 3p = 6x + 1 \iff \begin{cases} 3m & = 6 \\ 2m + 3p & = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} m = 2 \\ p = -1 \end{cases}$
Donc $\varphi : x \mapsto 2x - 1$ est une solution particulière de (E).

Donc $\varphi : x \mapsto 2x - 1$ est une solution particulière de (E).

Donc $\varphi : x \mapsto 2x - 1$ est une solution particulière de (E).
L'équation homogène associé à (E) est $2y' + 3y = 0$, soit
$y' = -\dfrac{3}{2}y$, de solutions $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

Donc $\varphi : x \mapsto 2x - 1$ est une solution particulière de (E).
L'équation homogène associé à (E) est $2y' + 3y = 0$, soit
$y' = -\dfrac{3}{2}y$, de solutions $x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x}$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.
Les solutions de (E) sont donc les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par
$x \mapsto \lambda e^{-\frac{3}{2}x} + 2x + 1$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.