Chap 10 : Valeurs intermédiaires et convexité

A. OLLIVIER

Lycée Jacques Prevert - Pont-Audemer

2022-2023

Convention dans un tableau de variations :

Une flèche dans le tableau de variations d'une fonction f indique :

Convention dans un tableau de variations :

Une flèche dans le tableau de variations d'une fonction f indique :

- la stricte croissance ou stricte décroissance de f sur l'intervalle correspondant ;
- la . . . .

Convention dans un tableau de variations :

Une flèche dans le tableau de variations d'une fonction f indique :

- la stricte croissance ou stricte décroissance de f sur l'intervalle correspondant ;
- la continuité de la fonction sur cet intervalle.

Convention dans un tableau de variations :

Une flèche dans le tableau de variations d'une fonction f indique :

- la stricte croissance ou stricte décroissance de f sur l'intervalle correspondant ;
- la continuité de la fonction sur cet intervalle.

Propriété (Théorème des valeurs intermédiaires)

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a et b deux réels de I.
Pour tout k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe ....
....
....

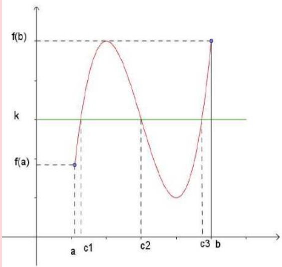


Illustration graphique

Propriété (Théorème des valeurs intermédiaires)

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a et b deux réels de I.
Pour tout k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$.

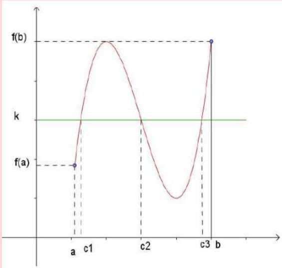


Illustration graphique

Propriété (Théorème des valeurs intermédiaires)

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a et b deux réels de I.
Pour tout k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$.
Autrement dit, f prend, entre a et b, toute ....
....

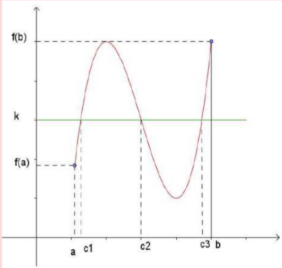


Illustration graphique

Propriété (Théorème des valeurs intermédiaires)

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et a et b deux réels de I.
Pour tout k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$.
Autrement dit, f prend, entre a et b, toute valeur intermédiaire entre $f(a)$ et $f(b)$.

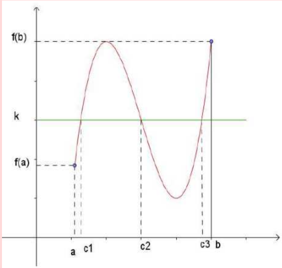


Illustration graphique

Corollaire (Théorème de la bijection)

Si :

- f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$

Corollaire (Théorème de la bijection)

Si :

- f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$
- f strictement monotone sur $[a; b]$.

Corollaire (Théorème de la bijection)

Si :

- f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$
- f strictement monotone sur $[a; b]$.
- Le nombre k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$

Corollaire (Théorème de la bijection)

Si :

- f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$
- f strictement monotone sur $[a; b]$.
- Le nombre k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$

Alors :

L'équation $f(x) = k$ admet ....
....

Corollaire (Théorème de la bijection)

Si :

- f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$
- f strictement monotone sur $[a; b]$.
- Le nombre k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$

Alors :

L'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans l'intervalle $[a; b]$.

Corollaire (Théorème de la bijection)

Si :

- f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$
- f strictement monotone sur $[a; b]$.
- Le nombre k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$

Alors :

L'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans l'intervalle $[a; b]$.

Corollaire (Théorème de la bijection)

Si :

- f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$
- f strictement monotone sur $[a; b]$.
- Le nombre k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$

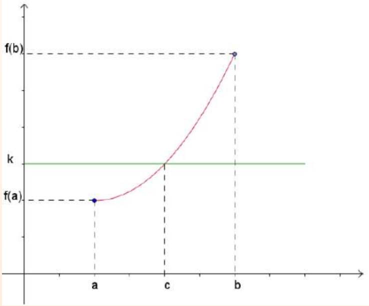
Alors :

L'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans l'intervalle $[a; b]$.

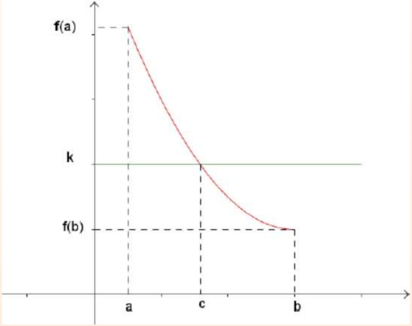
Remarque :
Ce corollaire s'étend au cas d'intervalles ouverts ou semi-ouverts, bornés ou non bornés en remplaçant si besoin $f(a)$ et $f(b)$ par les limites de f en a et en b.

Illustration graphique :

- Cas où f est strictement croissante



- Cas où f est strictement décroissante



Tableaux de variations :

x	a	c	b
$f(x)$			$f(b)$
		$\nearrow k$	
	$f(a)$		

x	a	c	b
$f(x)$	$f(a)$		
		$k \searrow$	
			$f(b)$

Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Dire que f est deux fois dérivable sur I signifie que f' est elle-même dérivable. La dérivée de f', notée f'', est appelée dérivée seconde de f.

Exemple

La fonction $f(x) = x^4$ est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f'(x) = \ldots\ldots$ et $f''(x) = \ldots\ldots$.

Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Dire que f est deux fois dérivable sur I signifie que f' est elle-même dérivable. La dérivée de f', notée f'', est appelée dérivée seconde de f.

Exemple

La fonction $f(x) = x^4$ est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f'(x) = 4x^3$ et $f''(x) = \ldots\ldots\ldots$

Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Dire que f est deux fois dérivable sur I signifie que f' est elle-même dérivable. La dérivée de f', notée f'', est appelée dérivée seconde de f.

Exemple

La fonction $f(x) = x^4$ est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f'(x) = 4x^3$ et $f''(x) = 12x^2$.

Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et $\mathcal{C}_f$ sa courbe.

- Dire que la fonction f est . . . . sur I signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située entièrement au-dessus de chacune de ses tangentes.
- Dire que la fonction f est . . . . sur I signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située entièrement au-dessous de chacune de ses tangentes.

Définition

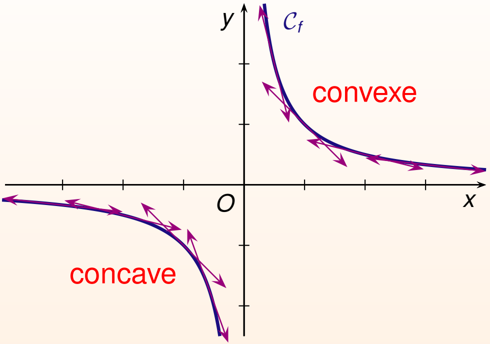
Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et $\mathcal{C}_f$ sa courbe.

- Dire que la fonction f est convexe sur I signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située entièrement au-dessus de chacune de ses tangentes.
- Dire que la fonction f est . . . . sur I signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située entièrement au-dessous de chacune de ses tangentes.

Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et $\mathcal{C}_f$ sa courbe.

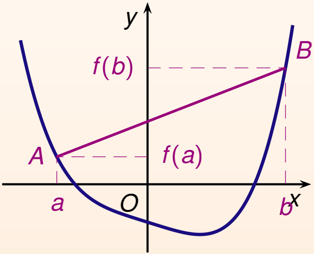
- Dire que la fonction f est convexe sur I signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située entièrement au-dessus de chacune de ses tangentes.
- Dire que la fonction f est concave sur I signifie que la courbe $\mathcal{C}_f$ est située entièrement au-dessous de chacune de ses tangentes.



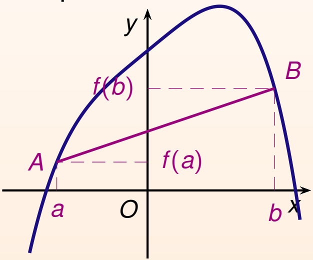
La fonction inverse $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ est concave sur $]-\infty; 0[$ et convexe sur $]0; +\infty[$

Remarque

- f est convexe sur I lorsque sa courbe est située en-dessous de chacune de ses cordes entre deux points d'intersection.
- f est concave sur I lorsque sa courbe est située au-dessus de chacune de ses cordes entre deux points d'intersection.



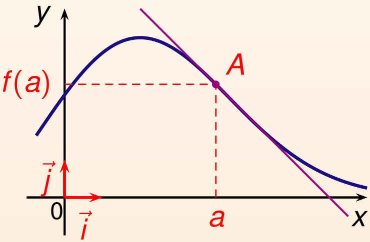
f est convexe.



f est concave

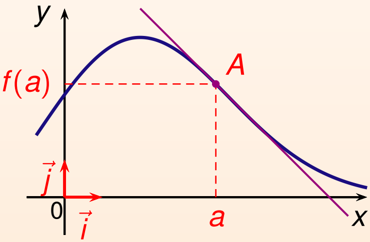
Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle I, dérivable en a où a est un réel de I, et C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.
L'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse a est : ....



Propriété

Soit f une fonction définie sur un intervalle I, dérivable en a où a est un réel de I, et C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.
L'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse a est : $y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$



Propriété

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I.

f est convexe sur $I \Longleftrightarrow \mathcal{C}_f$ est au dessus de ses tangentes $\Longleftrightarrow$ f' est .... sur $I \Longleftrightarrow f''$ est .... sur I

Propriété

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I.

f est convexe sur $I \iff \mathcal{C}_f$ est au dessus de ses tangentes $\iff$ f' est croissante sur $I \iff f''$ est .... sur I

Propriété

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I.

f est convexe sur $I \Longleftrightarrow \mathcal{C}_f$ est au dessus de ses tangentes $\Longleftrightarrow$
f' est croissante sur $I \Longleftrightarrow f''$ est positive sur I

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.

Considérons : φ la fonction définie sur I par :

$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$

Démonstration exigible :
Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Démonstration exigible :
Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.

Considérons : φ la fonction définie sur I par :

$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$

Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.

Considérons : φ la fonction définie sur I par :

$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$

Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.

De plus, $\varphi'(a) = 0$.

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.
De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$

Démonstration exigible :
Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.
De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$ et positive pour $x \geq a$.

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.
De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$ et positive pour $x \geq a$.

On peut donc compléter le tableau de variation ci-contre :

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.
De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$ et positive pour $x \geq a$.

On peut donc compléter le tableau de variation ci-contre :

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	$\dots$	$\nearrow$

Démonstration exigible :
Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.
De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$ et positive pour $x \geq a$.

On peut donc compléter le tableau de variation ci-contre :

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.

Considérons : φ la fonction définie sur I par :

$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$

Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.

De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$ et positive pour $x \geq a$.

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

On peut donc compléter le tableau de variation ci-contre :

En effet : $\varphi(a) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.

Considérons : φ la fonction définie sur I par :

$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$

Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.

De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$ et positive pour $x \geq a$.

On peut donc compléter le tableau de variation ci-contre :

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

En effet : $\varphi(a) = f(a) - f'(a) \times (a - a) - f(a)$

Démonstration exigible :

Démontrons que f est **convexe** sur I, si f' est croissante sur I.
Considérons : φ la fonction définie sur I par :
$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$
Alors $\varphi'(x) = f'(x) - f'(a)$

Or f' est croissante sur I, donc φ' est également croissante sur I.
De plus, $\varphi'(a) = 0$.Donc φ' est négative pour $x \leq a$ et positive pour $x \geq a$.

On peut donc compléter le tableau de variation ci-contre :

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

En effet : $\varphi(a) = f(a) - f'(a) \times (a - a) - f(a) = 0$

$$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$$

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

$$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$$

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

Donc $\varphi(x) \geq 0$ sur I.

$$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$$

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

Donc $\varphi(x) \geq 0$ sur I. C'est à dire $f(x) \geq f'(a) \times (x - a) - f(a)$

$$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$$

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

Donc $\varphi(x) \geq 0$ sur I. C'est à dire $f(x) \geq f'(a) \times (x - a) - f(a)$

On en déduit que la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes sur I

$$\varphi(x) = f(x) - f'(a) \times (x - a) - f(a)$$

x		a	
φ'	$-$	0	$+$
φ	$\searrow$	0	$\nearrow$

Donc $\varphi(x) \geq 0$ sur I. C'est à dire $f(x) \geq f'(a) \times (x - a) - f(a)$

On en déduit que la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes sur I et donc que f est convexe sur I. ■

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = \ldots$.

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = 12x^2$.

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = 12x^2$.
- Étudions du signe de f'' :
  $f''(x) \geqslant 0 \iff$

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = 12x^2$.
- Étudions du signe de f'' :
  $f''(x) \geqslant 0 \quad \Longleftrightarrow \quad 12x^2 \geqslant 0 \quad \Longleftrightarrow$

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = 12x^2$.
- Étudions du signe de f'' :

$$f''(x) \geqslant 0 \iff 12x^2 \geqslant 0 \iff x \in \mathbb{R}$$

Méthode : Études la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = 12x^2$.
- Étudions du signe de f'' :
  $$f''(x) \geqslant 0 \iff 12x^2 \geqslant 0 \iff x \in \mathbb{R}$$
- Appliquons la propriété :

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

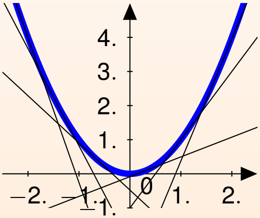
- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = 12x^2$.
- Étudions du signe de f'' :
  $f''(x) \geqslant 0 \iff 12x^2 \geqslant 0 \iff x \in \mathbb{R}$
- Appliquons la propriété : f'' est positive sur $\mathbb{R}$ donc la fonction f est .... sur $\mathbb{R}$.

Méthode : Étudions la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$.

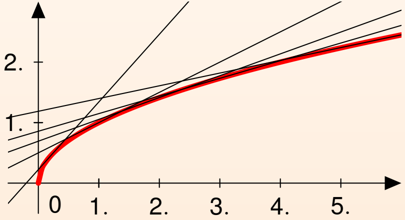
- Calculons de la dérivée seconde : f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, on a $f''(x) = 12x^2$.
- Étudions du signe de f'' :
  $$f''(x) \geqslant 0 \quad \Longleftrightarrow \quad 12x^2 \geqslant 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$
- Appliquons la propriété : f'' est positive sur $\mathbb{R}$ donc la fonction f est convexe sur $\mathbb{R}$.

Exemple

La fonction $f(x) = x^2$ est .... sur $\mathbb{R}$.
Pour tout x réel, $f'(x) = 2x$ et la fonction f' est croissante sur $\mathbb{R}$.

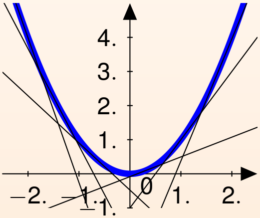


La fonction $g(x) = \sqrt{x}$ est .... sur $]0; +\infty[$.
Pour tout x réel strictement positif, $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et la fonction g' est décroissante sur $]0; +\infty[$.

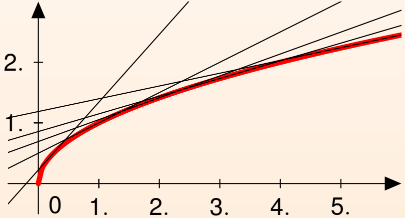


Exemple

La fonction $f(x) = x^2$ est convexe sur $\mathbb{R}$.
Pour tout x réel, $f'(x) = 2x$ et la fonction f' est croissante sur $\mathbb{R}$.

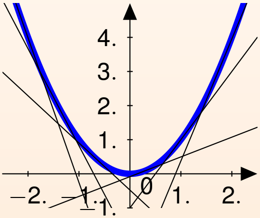


La fonction $g(x) = \sqrt{x}$ est .... sur $]0;+\infty[$.
Pour tout x réel strictement positif, $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et la fonction g' est décroissante sur $]0;+\infty[$.

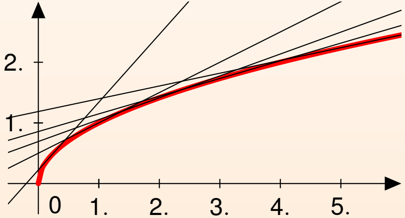


Exemple

La fonction $f(x) = x^2$ est convexe sur $\mathbb{R}$.
Pour tout x réel, $f'(x) = 2x$ et la fonction f' est croissante sur $\mathbb{R}$.



La fonction $g(x) = \sqrt{x}$ est concave sur $]0; +\infty[$.
Pour tout x réel strictement positif, $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et la fonction g' est décroissante sur $]0; +\infty[$.



Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère. Soit $a \in I$. Dire que le point $A(a; f(a))$ est un .... de $\mathcal{C}$ signifie qu'en A la courbe $\mathcal{C}$ traverse sa tangente.

Soit l'abscisse a, f passe de convexe à concave ou de concave à convexe.

Définition

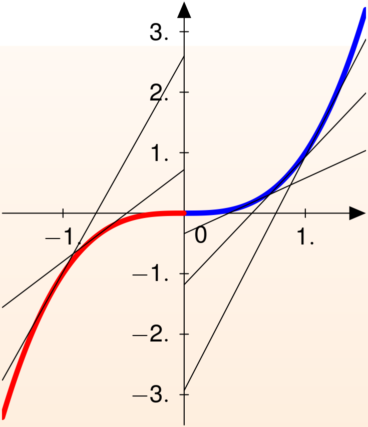
Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère. Soit $a \in I$. Dire que le point $A\,(a; f(a))$ est un point d'inflexion de $\mathcal{C}$ signifie qu'en A la courbe $\mathcal{C}$ traverse sa tangente.

Soit l'abscisse a, f passe de convexe à concave ou de concave à convexe.

Exemple

La fonction $f(x) = x^3$ est concave sur $]-\infty;0]$ et convexe sur $[0;+\infty[$.

La fonction admet donc comme point d'inflexion l'origine du repère.



Propriété

Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I, $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans un repère et $a \in I$.
Le point $A(a; f(a))$ est un point d'inflexion de $\mathcal{C}$ si, et seulement si, f'' s'annule en a en changeant de signe.

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié :

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' :

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = \ldots\ldots$

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = \ldots\ldots.$

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :
  $f''(x) \geqslant 0 \quad \Longleftrightarrow$

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :

$$f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff$$

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :
  $f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff x \geqslant 0$

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :

$$f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff x \geqslant 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$\cdots$	0	$\cdots$	

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :
  $f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff x \geqslant 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$\cdots$	

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :

$$f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff x \geqslant 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :

$$f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff x \geqslant 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

- On conclue :

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :

$$f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff x \geqslant 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

- On conclue : la dérivée seconde s'annule en changeant de signe en 0.

Méthode : Mq la fonction cube admet un point d'inflexion :

- On vérifie que la fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle étudié : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ car f est une fonction polynôme .
- On calcul f'' : $f'(x) = 3x^2$ et $f''(x) = 6x$.
- Étude du signe de f'' :
  $f''(x) \geqslant 0 \iff 6x \geqslant 0 \iff x \geqslant 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

- On conclue : la dérivée seconde s'annule en changeant de signe en 0. On retrouve le fait que l'origine O du repère représente un point d'inflexion de la courbe de f.