Correction DS1

A. OLLIVIER

Mathématiques

Exercice 1

Déterminer les limites des suites suivantes en justifiant vos calculs :

1. $u_n = \dfrac{3n+1}{1+\frac{1}{n}}$
2. $v_n = n^3 - n^2 - 1$
3. $w_n = \dfrac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$
4. $z_n = \dfrac{\cos(n)}{n^2+1}$

$$u_n = \frac{3n+1}{1+\frac{1}{n}}$$

$u_n = \dfrac{3n+1}{1+\frac{1}{n}}$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n+1 \quad = \quad +\infty$$

$u_n = \dfrac{3n+1}{1+\frac{1}{n}}$

$$\begin{aligned} \lim_{n\to+\infty} 3n+1 &= +\infty \\ \lim_{n\to+\infty} 1+\frac{1}{n} &= 1 \end{aligned}$$

$u_n = \dfrac{3n+1}{1+\frac{1}{n}}$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1+\dfrac{1}{n} & = & 1 \end{array}\right\}$$

$u_n = \dfrac{3n+1}{1+\frac{1}{n}}$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1+\dfrac{1}{n} & = & 1 \end{array}\right\} \text{Donc, par quotient :}$$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1+\dfrac{1}{n} & = & 1 \end{array}\right\}$$ Donc, par quotient : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\lim_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\begin{aligned}\lim_{n\to+\infty} n^3 &= +\infty\\ \lim_{n\to+\infty} -n^2 - 1 &= -\infty\end{aligned}$$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 - 1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 - 1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2-1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$ On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 - 1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$ On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$$v_n = n^3 - n^2 - 1$$

$$v_n = n^3\left(1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}\right)$$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2-1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$
On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$$v_n = n^3 - n^2 - 1$$

$$v_n = n^3\left(1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}\right)$$

$$\lim_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 - 1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$ On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$$v_n = n^3 - n^2 - 1$$

$$v_n = n^3\left(1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}\right)$$

$$\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3} & = & 1 \end{array}$$

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 - 1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$$v_n = n^3 - n^2 - 1$$

$$v_n = n^3\left(1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}\right)$$

$$\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3} & = & 1 \end{array}$$

Donc, par produit :

$v_n = n^3 - n^2 - 1$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 - 1 & = & -\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$$v_n = n^3 - n^2 - 1$$

$$v_n = n^3 \left(1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}\right)$$

$$\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} n^3 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1 - \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n^3} & = & 1 \end{array}$$

Donc, par produit : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$

$$w_n = \frac{3n^2 + 2n + 1}{n^2 + 3n + 1}$$

$w_n = \dfrac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$

$$\lim_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 = +\infty$$

$w_n = \dfrac{3n^2 + 2n + 1}{n^2 + 3n + 1}$

$$\begin{aligned}
\lim_{n \to +\infty} 3n^2 + 2n + 1 &= +\infty \\
\lim_{n \to +\infty} n^2 + 3n + 1 &= +\infty
\end{aligned}$$

$$w_n = \frac{3n^2 + 2n + 1}{n^2 + 3n + 1}$$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2 + 2n + 1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2 + 3n + 1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

$w_n = \dfrac{3n^2 + 2n + 1}{n^2 + 3n + 1}$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n \to +\infty} 3n^2 + 2n + 1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n \to +\infty} n^2 + 3n + 1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\dfrac{\infty}{\infty}$"

$w_n = \dfrac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3n+1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\dfrac{\infty}{\infty}$"

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$w_n = \dfrac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3n+1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type " $\dfrac{\infty}{\infty}$ "

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$w_n = \frac{n^2(3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2})}{n^2(1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2})}$$

$w_n = \dfrac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$

$$\left.\begin{array}{lll} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3n+1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\dfrac{\infty}{\infty}$"

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$w_n = \frac{n^2(3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2})}{n^2(1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2})}$$

$$w_n = \frac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}$$

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3n+1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type " $\frac{\infty}{\infty}$ "

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$w_n = \frac{n^2(3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2})}{n^2(1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2})}$$

$$w_n = \frac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} 3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2} \quad = \quad 3$$

$w_n = \dfrac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3n+1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type " $\dfrac{\infty}{\infty}$ "

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$w_n = \frac{n^2(3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2})}{n^2(1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2})}$$

$$w_n = \frac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} 3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2} = 3$$

$$\lim_{n\to+\infty} 1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2} = 1$$

$w_n = \dfrac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$

$$\left.\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3n+1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type "$\dfrac{\infty}{\infty}$"

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$w_n = \frac{n^2(3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2})}{n^2(1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2})}$$

$$w_n = \frac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}$$

$$\begin{array}{rcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3+\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^2} & = & 3 \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2} & = & 1 \end{array}$$

Par quotient : $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}} = 3$

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2+2n+1 & = & +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3n+1 & = & +\infty \end{array}\right\}$$

On est donc en présence d'une forme indéterminée du type " $\frac{\infty}{\infty}$ "

$$w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$$

$$w_n = \frac{n^2(3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2})}{n^2(1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2})}$$

$$w_n = \frac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}$$

$$\begin{array}{lcl} \lim\limits_{n\to+\infty} 3+\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^2} & = & 3 \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 1+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2} & = & 1 \end{array}$$

Par quotient : $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}} = 3$

Ainsi : $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 3}$

$z_n = \dfrac{\cos(n)}{n^2 + 1}$

$z_n = \dfrac{\cos(n)}{n^2 + 1}$

On a : $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

$z_n = \dfrac{\cos(n)}{n^2+1}$

On a : $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

D'où : $-\dfrac{1}{n^2+1} \leq \dfrac{\cos n}{n^2+1} \leq \dfrac{1}{n^2+1}$ car $n^2+1>0$

On a : $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

D'où : $-\dfrac{1}{n^2+1} \leq \dfrac{\cos n}{n^2+1} \leq \dfrac{1}{n^2+1}$ car $n^2+1>0$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty} -\dfrac{1}{n^2+1} = 0$

$z_n = \dfrac{\cos(n)}{n^2+1}$

On a : $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

D'où : $-\dfrac{1}{n^2+1} \leq \dfrac{\cos n}{n^2+1} \leq \dfrac{1}{n^2+1}$ car $n^2+1>0$

Or $\lim\limits_{n \to +\infty} -\dfrac{1}{n^2+1} = 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n^2+1} = 0$

$z_n = \dfrac{\cos(n)}{n^2+1}$

On a : $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

D'où : $-\dfrac{1}{n^2+1} \leq \dfrac{\cos n}{n^2+1} \leq \dfrac{1}{n^2+1}$ car $n^2+1>0$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty} -\dfrac{1}{n^2+1} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^2+1} = 0$

Donc par le théorème des gendarmes ; $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\cos n}{n^2+1} = 0.$

$z_n = \dfrac{\cos(n)}{n^2+1}$

On a : $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

D'où : $-\dfrac{1}{n^2+1} \leq \dfrac{\cos n}{n^2+1} \leq \dfrac{1}{n^2+1}$ car $n^2+1 > 0$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty} -\dfrac{1}{n^2+1} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^2+1} = 0$

Donc par le théorème des gendarmes ; $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\cos n}{n^2+1} = 0$.

Ainsi : $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} z_n = 0}$

Exercice 2

La loi de refroidissement de Newton stipule que le taux d'évolution de la température d'un corps est proportionnel à la différence entre la température de ce corps et celle du milieu environnant.

Une tasse de café est servie à une température initiale de 80 °C dans un milieu dont la température, exprimée en degré Celsius est supposée constante, et vaut 10 °C.
Le but de cet exercice est d'étudier le refroidissement du café en appliquant la loi de Newton en utilisant une suite.

Pour tout entier naturel n, on note T_n la température du café à l'instant n, avec T_n exprimé en degré Celsius et n en minute.
On a ainsi $T_0 = 80$.
On modélise la loi de Newton entre deux minutes consécutives quelconques n et $n+1$ par l'égalité :

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.
3. On pose, pour tout entier naturel n : $u_n = T_n - 10$.

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.
3. On pose, pour tout entier naturel n : $u_n = T_n - 10$.
   a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.
3. On pose, pour tout entier naturel n : $u_n = T_n - 10$.
   a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.
   b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.
3. On pose, pour tout entier naturel n : $u_n = T_n - 10$.
   a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.
   b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.
   c) Conjecturer la limite de la suite (T_n) à l'aide de votre calculatrice.

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.
3. On pose, pour tout entier naturel n : $u_n = T_n - 10$.
   - a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.
   - b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.
   - c) Conjecturer la limite de la suite (T_n) à l'aide de votre calculatrice.
4. On considère l'algorithme ci-contre :

```
Tant que T ⩾ 40
      T ← 0,8T + 2
      n ← n + 1
Fin Tant que
```

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.
3. On pose, pour tout entier naturel n : $u_n = T_n - 10$.
   a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.
   b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.
   c) Conjecturer la limite de la suite (T_n) à l'aide de votre calculatrice.
4. On considère l'algorithme ci-contre :
   a) Au début, on affecte la valeur 80 à la variable T et la valeur 0 à la variable n.

      Quelle valeur numérique contient la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

```
Tant que T ⩾ 40
    T ← 0,8T + 2
    n ← n + 1
Fin Tant que
```

$$T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$$

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?
2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.
3. On pose, pour tout entier naturel n : $u_n = T_n - 10$.
   a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.
   b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.
   c) Conjecturer la limite de la suite (T_n) à l'aide de votre calculatrice.
4. On considère l'algorithme ci-contre :
   a) Au début, on affecte la valeur 80 à la variable T et la valeur 0 à la variable n.

      Quelle valeur numérique contient la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
   b) Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Tant que $T \geqslant 40$
$\quad T \leftarrow 0,8T + 2$
$\quad n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?

1. D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite (T_n) ?

Le café est chaud au départ, dans une pièce dont la température est fraiche ; le café va refroidir et sa température va aller vers celle de la pièce, donc la suite est décroissante.

2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8T_n + 2$.

2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8\,T_n + 2$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$

D'où : $T_{n+1} = \; T_n - 0,2\,(T_n - 10)$

2. Montrer que pour tout entier naturel n : $T_{n+1} = 0,8T_n + 2$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $T_{n+1} - T_n = -0,2\,(T_n - 10)$
D'où : $T_{n+1} = \boxed{T_n - 0,2\,(T_n - 10) = 0,8T_n + 2}$.

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = T_{n+1} - 10$$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \end{aligned}$$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8T_n - 8 \end{aligned}$$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8\,T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8\,T_n - 8 \\ &= 0,8\,(T_n - 10) \end{aligned}$$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8T_n - 8 \\ &= 0,8\,(T_n - 10) \\ &= 0,8u_n \end{aligned}$$

donc $\boxed{u_{n+1} = 0,8u_n}$.

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8T_n - 8 \\ &= 0,8(T_n - 10) \\ &= 0,8u_n \end{aligned}$$

donc $\boxed{u_{n+1} = 0,8u_n}$.
La suite (u_n) est géométrique,

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8T_n - 8 \\ &= 0,8\,(T_n - 10) \\ &= 0,8u_n \end{aligned}$$

donc $\boxed{u_{n+1} = 0,8u_n}$.
La suite (u_n) est géométrique, de raison $q = 0,8$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8T_n - 8 \\ &= 0,8(T_n - 10) \\ &= 0,8u_n \end{aligned}$$

donc $\boxed{u_{n+1} = 0,8u_n}$.
La suite (u_n) est géométrique, de raison $q = 0,8$ et de premier terme $u_0 = T_0 - 10$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8T_n - 8 \\ &= 0,8\,(T_n - 10) \\ &= 0,8u_n \end{aligned}$$

donc $\boxed{u_{n+1} = 0,8u_n}$.
La suite (u_n) est géométrique, de raison $q = 0,8$ et de premier terme $u_0 = T_0 - 10 = 80 - 10$

3. a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme u_0.

On a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = T_n - 10$
Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= T_{n+1} - 10 \\ &= 0,8T_n + 2 - 10 \\ &= 0,8T_n - 8 \\ &= 0,8\,(T_n - 10) \\ &= 0,8u_n \end{aligned}$$

donc $\boxed{u_{n+1} = 0,8u_n}$.
La suite (u_n) est géométrique, de raison $q = 0,8$ et de premier terme $u_0 = T_0 - 10 = 80 - 10 = 70$.

3. b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.

3. b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 q^n$

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 q^n = 70 \times 0,8^n$

3. b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 q^n = 70 \times 0,8^n$
donc, comme $u_n = T_n - 10$

3. b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 q^n = 70 \times 0,8^n$ donc, comme $u_n = T_n - 10 \iff T_n = u_n + 10$,

3. b) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$.

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 q^n = 70 \times 0,8^n$ donc, comme $u_n = T_n - 10 \iff T_n = u_n + 10$,on a donc $\boxed{T_n = 70 \times 0,8^n + 10}$.

3. c) Conjecturer la limite de la suite (T_n) à l'aide de votre calculatrice.

3. c) Conjecturer la limite de la suite (T_n) à l'aide de votre calculatrice.

d'où $\boxed{\lim_{n \to +\infty} T_n = 10}$

4. a) Au début, on affecte la valeur 80 à la variable T et la valeur 0 à la variable n. Quelle valeur numérique contient la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

On considère l'algorithme suivant :

```
Tant que T ⩾ 40
        T ← 0,8T + 2
        n ← n + 1
Fin Tant que
```

4. a) Au début, on affecte la valeur 80 à la variable T et la valeur 0 à la variable n. Quelle valeur numérique contient la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

On considère l'algorithme suivant :

```
Tant que T ⩾ 40
    T ← 0,8T + 2
    n ← n + 1
Fin Tant que
```

4. a) Au début, on affecte la valeur 80 à la variable T et la valeur 0 à la variable n. Quelle valeur numérique contient la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

On considère l'algorithme suivant :

```
Tant que T ⩾ 40
      T ← 0,8T + 2
      n ← n + 1
Fin Tant que
```

On obtient les valeurs 80 ; 66 ; 54,8 ; 45,84 ; 38,672.

4. a) Au début, on affecte la valeur 80 à la variable T et la valeur 0 à la variable n. Quelle valeur numérique contient la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

On considère l'algorithme suivant :

```
Tant que T ⩾ 40
        T ← 0,8T + 2
        n ← n + 1
Fin Tant que
```

On obtient les valeurs 80 ; 66 ; 54,8 ; 45,84 ; 38,672.
À la fin de l'algorithme, n vaut 4.

4. b) Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

4. b) Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

$\boxed{\text{Au bout de 4 min, la température du café est tombée sous 40 °C .}}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = e^{x^2-2x}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = e^{x^2-2x}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f.
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = e^{x^2-2x}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f.
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
3. Dresser le tableau de variation complet de f.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = e^{x^2-2x}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f.
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
3. Dresser le tableau de variation complet de f.
4. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

$$f : x \xmapsto{\text{u}}$$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

$$f : x \xrightarrow{\text{u}} x^2 - 2x$$

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

$$f : x \xrightarrow{\text{u}} x^2 - 2x \xrightarrow{\text{v}}$$

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$f(x) = e^{x^2-2x}$

$$f : x \xrightarrow{\text{u}} x^2 - 2x \xrightarrow{\text{v}} e^{x^2-2x}$$

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$f(x) = e^{x^2-2x}$

$$f : x \xrightarrow{\text{u}} x^2 - 2x \xrightarrow{\text{v}} e^{x^2-2x}$$

Les fonctions u et v sont définies par $u(x) =$

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$f(x) = e^{x^2-2x}$

$$f : x \xrightarrow{\text{u}} x^2 - 2x \xrightarrow{\text{v}} e^{x^2-2x}$$

Les fonctions u et v sont définies par $u(x) = x^2 - 2x$

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$f(x) = e^{x^2-2x}$

$$f : x \overset{u}{\longmapsto} x^2 - 2x \overset{v}{\longmapsto} e^{x^2-2x}$$

Les fonctions u et v sont définies par $u(x) = x^2 - 2x$ et $v(x) =$

1) Donner le schéma de composition de la fonction f.

$f(x) = e^{x^2-2x}$

$$f : x \xrightarrow{\text{u}} x^2 - 2x \xrightarrow{\text{v}} e^{x^2-2x}$$

Les fonctions u et v sont définies par $u(x) = x^2 - 2x$ et $v(x) = e^x$.

2) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

La fonction exponentielle étant définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que la fonction $x \mapsto x^2 - 2x$.

2) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

La fonction exponentielle étant définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que la fonction $x \mapsto x^2 - 2x$.
On en déduit que la fonction f est également définie sur $\mathbb{R}$ car elle est la composée de deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$.

3) Dresser le tableau de variation complet de f.

$f(x) = e^{x^2-2x}$

3) Dresser le tableau de variation complet de f.
$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

3) Dresser le tableau de variation complet de f. $f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) =$

3) Dresser le tableau de variation complet de f. $f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$

3) Dresser le tableau de variation complet de f. $f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x - 2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$,

3) Dresser le tableau de variation complet de f.
$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0$

3) Dresser le tableau de variation complet de f. $f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0$

3) Dresser le tableau de variation complet de f.
$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \ \Leftrightarrow \ 2x=2$

3) Dresser le tableau de variation complet de f.
$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \;\Leftrightarrow\; 2x=2 \;\Leftrightarrow\; x=1.$

3) Dresser le tableau de variation complet de f.
$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \ \Leftrightarrow \ 2x = 2 \ \Leftrightarrow \ x = 1$.
On en déduit le tableau des variations de f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		0	

3) Dresser le tableau de variation complet de f.

$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1$.
On en déduit le tableau des variations de f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	

3) Dresser le tableau de variation complet de f.
$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \;\Leftrightarrow\; 2x=2 \;\Leftrightarrow\; x=1.$
On en déduit le tableau des variations de f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

3) Dresser le tableau de variation complet de f.
$f(x) = e^{x^2-2x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$
Sur $\mathbb{R}$, $e^{x^2-2x} > 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $2x-2$
$(2x-2)e^{x^2+6x} = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \;\Leftrightarrow\; 2x=2 \;\Leftrightarrow\; x=1.$
On en déduit le tableau des variations de f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme.

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	e^{-1}	↗	

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} -2x = -\infty$.

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$x^2 - 2x =$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$x^2 - 2x = x^2 \left(1 - \dfrac{2}{x}\right)$.

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$x^2 - 2x = x^2\left(1 - \dfrac{2}{x}\right)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$x^2 - 2x = x^2\left(1 - \dfrac{2}{x}\right)$.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} 1 - \dfrac{2}{x} = 1\end{array}\right\}$$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$x^2 - 2x = x^2\left(1 - \dfrac{2}{x}\right)$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} 1 - \dfrac{2}{x} = 1 \end{array}\right\} \text{Donc par produit } \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - 2x = +\infty$$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$x^2 - 2x = x^2\left(1 - \dfrac{2}{x}\right)$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} 1 - \dfrac{2}{x} = 1 \end{array}\right\} \text{Donc par produit } \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 - 2x = +\infty$$

Par conséquent : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$$f(x) = e^{x^2-2x}$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-1}	$\nearrow$	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 2x = +\infty$ par somme. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -2x = -\infty$.

On a donc une forme indéterminée du type "$\infty - \infty$"

$x^2 - 2x = x^2\left(1 - \dfrac{2}{x}\right)$.

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \\ &\lim_{x\to+\infty} 1 - \frac{2}{x} = 1 \end{aligned}\right\} \text{Donc par produit } \lim_{x\to+\infty} x^2 - 2x = +\infty$$

Par conséquent : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x - a) + f(a)$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$;

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x - a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x - 2)e^{x^2-2x}$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) =$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x - a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x - 2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x - a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x - 2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

$f(2) = e^0$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$$

$$f(2) = e^0$$

$$f(2) = 1$$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

$f(2) = e^0$

$f(2) = 1$

$f'(2) =$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

$f(2) = e^0$

$f(2) = 1$

$f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

$f(2) = e^0$

$f(2) = 1$

$f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$

$f'(2) = 2e^0$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

$f(2) = e^0$

$f(2) = 1$

$f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$

$f'(2) = 2e^0$

$f'(2) = 2$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

$f(2) = e^0$

$f(2) = 1$

$f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$

$f'(2) = 2e^0$

$f'(2) = 2$

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$

$f(2) = e^0$

$f(2) = 1$

$f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$

$f'(2) = 2e^0$

$f'(2) = 2$

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$y = 2(x-2) + 1$$

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$$
$$f(2) = e^0$$
$$f(2) = 1$$

$$f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$$
$$f'(2) = 2e^0$$
$$f'(2) = 2$$

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$
$$y = 2(x-2) + 1$$
$$y = 2x - 4 + 1$$

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$$f(2) = e^{2^2-2\times 2}$$
$$f(2) = e^0$$
$$f(2) = 1$$

$$f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$$
$$f'(2) = 2e^0$$
$$f'(2) = 2$$

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$
$$y = 2(x-2) + 1$$
$$y = 2x - 4 + 1$$
$$y = 2x - 3$$

4) Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Propriété

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :
$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi, ici $f(x) = e^{x^2-2x}$; $f'(x) = (2x-2)e^{x^2-2x}$ et $a = 2$.

$$f(2) = e^{2^2-2\times 2} \qquad f'(2) = (2\times 2 - 2)e^{2^2-2\times 2}$$

$$f(2) = e^0 \qquad f'(2) = 2e^0$$

$$f(2) = 1 \qquad f'(2) = 2$$

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$y = 2(x-2) + 1$$

$$y = 2x - 4 + 1$$

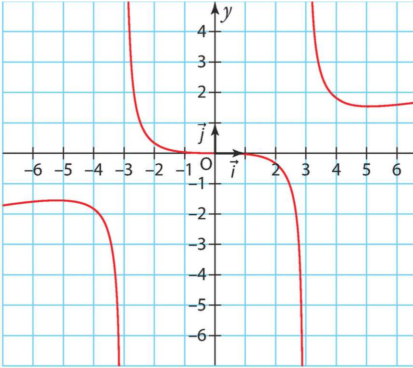
$$y = 2x - 3$$

Ainsi l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 est $y = 2x - 3$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

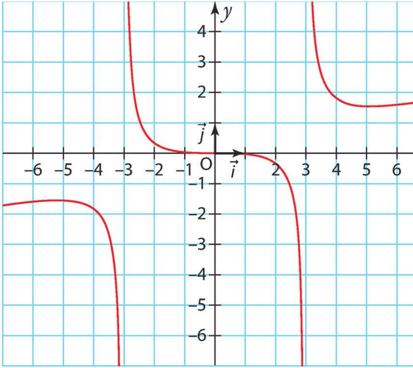
1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.



Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.

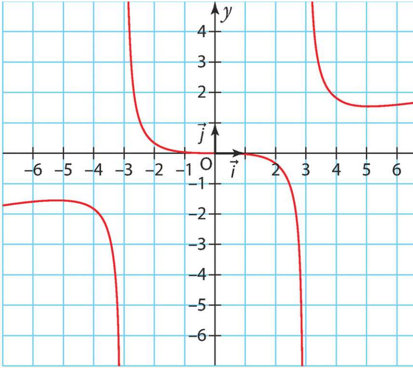


- $\displaystyle\lim_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.

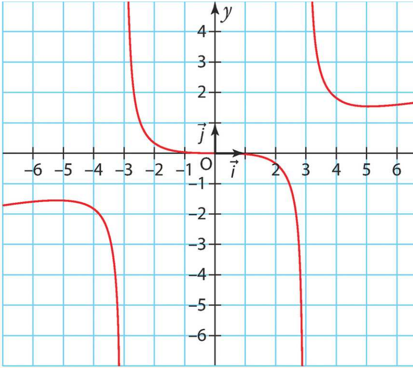


- $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.

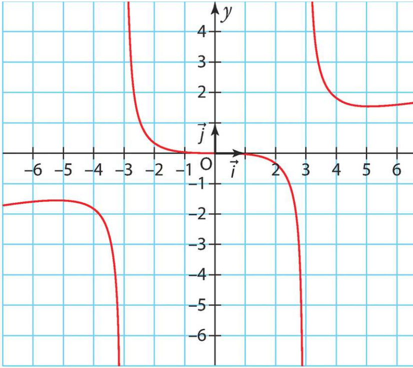


- $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.

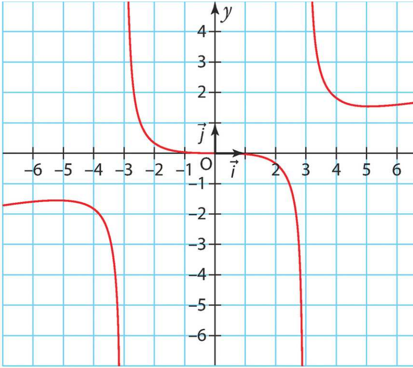


- $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.

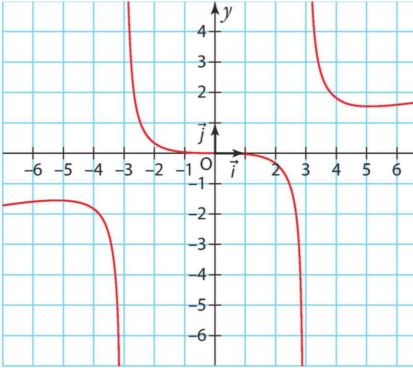


- $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.

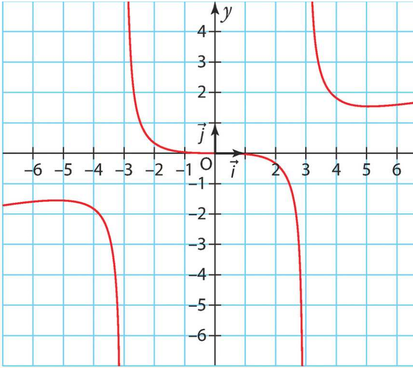


- $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.

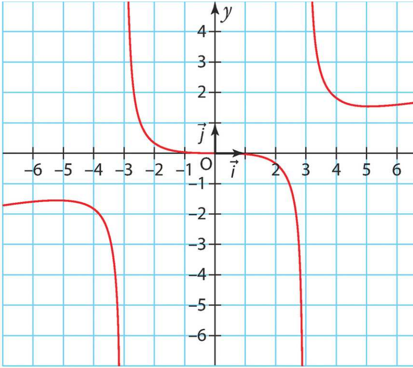


- $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Exercice 4

A l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

1. les limites à droites et à gauche de f quand x tend vers -3 et 3.
2. les limites quand x tend vers 0, vers $+\infty$ et vers $-\infty$.



- $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$