

**Exercice 1****4 points**

Déterminer les limites des suites suivantes en justifiant vos calculs :

1.  $u_n = \frac{3n+1}{1+\frac{1}{n}}$

2.  $v_n = n^3 - n^2 - 1$

3.  $w_n = \frac{3n^2+2n+1}{n^2+3n+1}$

4.  $z_n = \frac{\cos(n)}{n^2+1}$

**Exercice 2****6 points**

La loi de refroidissement de Newton stipule que le taux d'évolution de la température d'un corps est proportionnel à la différence entre la température de ce corps et celle du milieu environnant.

Une tasse de café est servie à une température initiale de 80 °C dans un milieu dont la température, exprimée en degré Celsius est supposée constante, et vaut 10 °C.

Le but de cet exercice est d'étudier le refroidissement du café en appliquant la loi de Newton en utilisant une suite.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $T_n$  la température du café à l'instant  $n$ , avec  $T_n$  exprimé en degré Celsius et  $n$  en minute. On a ainsi  $T_0 = 80$ .On modélise la loi de Newton entre deux minutes consécutives quelconques  $n$  et  $n+1$  par l'égalité :

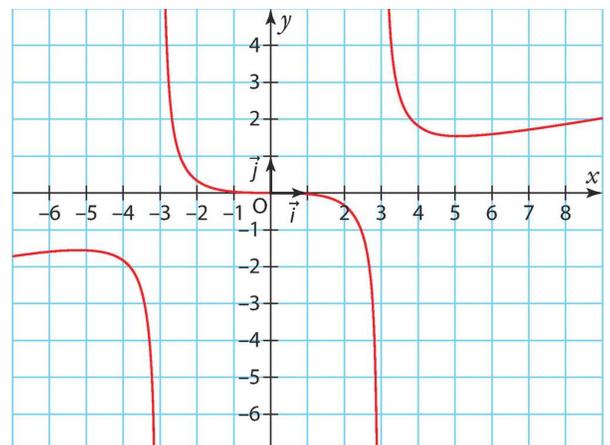
$$T_{n+1} - T_n = -0,2(T_n - 10)$$

- D'après le contexte, peut-on conjecturer le sens de variations de la suite  $(T_n)$  ?
- Montrer que pour tout entier naturel  $n$  :  $T_{n+1} = 0,8T_n + 2$ .
- On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n = T_n - 10$ .
  - Montrer que  $(u_n)$  est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme  $u_0$ .
  - Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $T_n = 70 \times 0,8^n + 10$ .
  - Conjecturer la limite de la suite  $(T_n)$  à l'aide de votre calculatrice.
- On considère l'algorithme ci-contre :
  - Au début, on affecte la valeur 80 à la variable  $T$  et la valeur 0 à la variable  $n$ .  
Quelle valeur numérique contient la variable  $n$  à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
  - Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Tant que  $T \geq 40$   
 $T \leftarrow 0,8T + 2$   
 $n \leftarrow n + 1$   
 Fin Tant que

**Exercice 3****5 points**Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = e^{x^2-2x}$ .

- Donner le schéma de composition de la fonction  $f$ .
- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .
- Dresser le tableau de variation complet de  $f$ .
- Déterminer l'équation de la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2.

**Exercice 4****4 points**

À l'aide du graphique ci-contre, déterminer :

- les limites à droites et à gauche de  $f$  quand  $x$  tend vers  $-3$  et  $3$ .
- les limites quand  $x$  tend vers  $0$ , vers  $+\infty$  et vers  $-\infty$ .