

Le sujet comporte 3 exercices. Il est à rendre avec la copie : le graphique de l'exercice 1 est à faire dessus.

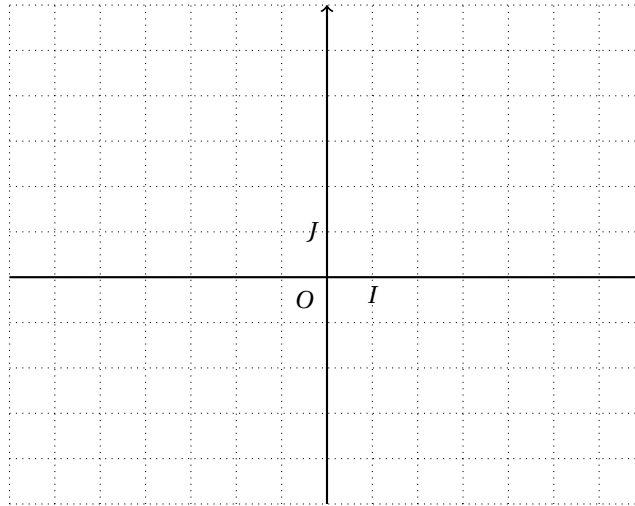
**Attention, le devoir est un peu long, il est noté sur 22 avec deux questions bonus : gérez votre temps !
Bon courage !**

EXERCICE 1 :

8 points

Des calculs et des explications sont attendus pour justifier les réponses.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$ (voir ci-dessous).



- Placer les points $A(-2; -3)$; $B(-4, 5; 2, 5)$ et $C(1; 5)$.
- Quelle est la nature du triangle ABC ?
- Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment $[AC]$.
- Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- Question bonus !** Le parallélogramme ABCD est-il un carré ?

EXERCICE 2 :

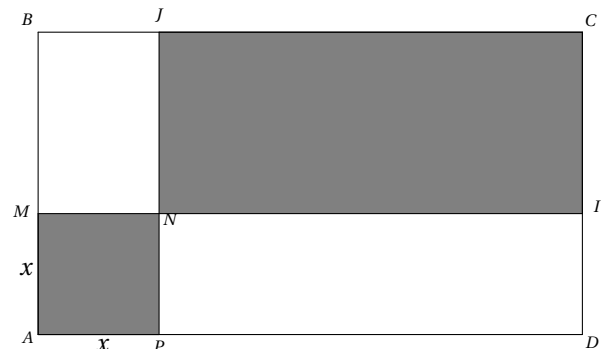
6 points

ABCD est un rectangle tel que $AB = 5$ cm et $AD = 9$ cm.

M étant un point du segment $[AB]$, on construit le carré AMNP et le rectangle NICJ comme indiqué sur la figure ci-dessous.

On pose $AM = x$ et on note $f(x)$ l'aire de la partie hachurée.

- Dans quel intervalle varie x ?
- Déterminer l'expression de l'aire hachurée $f(x)$ en fonction de x .
Si l'on n'arrive pas à répondre à cette question, on pourra prendre pour la suite : $f(x) = 2x^2 - 14x + 45$.
- Déterminer la valeur de x pour laquelle cette aire est minimale, et la valeur de cette aire.
On pourra utiliser la calculatrice pour obtenir un tableau de valeurs, une courbe, un tableau de variations... que l'on recopiera sur la copie.



Attention, suite au verso !

EXERCICE 3 :**8 points**

Dans cet exercice, on prendra soin de faire des phrases pour répondre aux questions.

On modélise, par la fonction $\mathcal{C}$, le coût total de production, exprimé en milliers d'euros, de x milliers d'articles fabriqués :

$$\mathcal{C}(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 15x + 81$$

1. Tracer sur votre calculatrice, la courbe de $\mathcal{C}$ en prenant comme paramètres de la fenêtre d'affichage :
 $x_{\min} = -1$, $x_{\max} = 16$, $y_{\min} = -1$ et $y_{\max} = 1\,000$.
 - (a) Déterminer, en vous aidant de la machine, le coût correspondant à la fabrication de 2 milliers d'articles.
 - (b) Déterminer, en vous aidant de la machine, la production d'articles correspondant à un coût de fabrication de 171 milliers d'euros.
 - (c) Pour quelles valeurs de x , le coût total de production est-il supérieur à 117 milliers d'euros ?
2. On suppose que chaque article est vendu au prix de 60 euros.
 On note $\mathcal{R}(x)$ la recette, exprimée en milliers d'euros, générée par la production et la vente de x milliers d'articles.
 C'est à dire la somme d'argent récoltée pour la vente de x milliers d'articles.
 - (a) Quelle est la recette pour la vente de 5 milliers d'articles ?
 - (b) Exprimer $\mathcal{R}(x)$ en fonction de x .
 - (c) On considère l'algorithme suivant :

Variables	: x est un nombre réel positif
Début algorithme	: Saisir x x prend la valeur $60 * x$ Afficher x
Fin algorithme	

En prenant $x = 7$, quelle est la valeur affichée à la fin de l'algorithme ?

Expliquer avec une phrase à quoi correspond cette valeur (dans le contexte de l'exercice).

3. **Question bonus !** Tracer sur votre calculatrice, la courbe de la fonction recette $\mathcal{R}$.
 Par lecture de l'écran de votre calculatrice, déterminer les valeurs, arrondies au millier, des bornes de l'intervalle dans lequel doit se situer la production pour que l'entreprise réalise un bénéfice (positif).

Citation... Maurice Decerf a écrit un poème permettant de retenir plus de 150 décimales de π , le nombre de lettres de chaque mot correspondant aux chiffres qui composent π . Il commence ainsi :

« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages.
 Glorieux Archimède, artiste ingénieur !
 Toi, de qui Syracuse, aime encore la gloire,
 Soit ton nom conservé par de savants grimoires.
 Jadis, mystérieux, un problème existait.
 Tout l'admirable procédé, l'oeuvre étonnante !
 Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs :
 O quadrature ! Vieux tourment du philosophe !
 Sibylline rondeur, trop longtemps vous avez
 Défié Pythagore et ses imitateurs !

Comment intégrer l'espace plan circulaire ?
 Former un triangle auquel il équivaudra ?
 Nouvelle invention : Archimède inscrira
 Dedans un hexagone ; Appréciera son aire
 Fonction du rayon. Pas trop ne s'y tiendra !
 Dédoublera chaque élément antérieur ;
 Toujours de l'orbe calculée approchera ;
 Définira limite ; enfin, l'arc, le limiteur
 De cet inquiétant cercle, ennemi trop rebelle !
 Professeur, enseignez son problème avec zèle... »

Le sujet comporte 3 exercices. Il est à rendre avec la copie : le graphique de l'exercice 1 est à faire dessus.

Attention, le devoir est un peu long, il est noté sur 22 avec deux questions bonus : gérez votre temps !

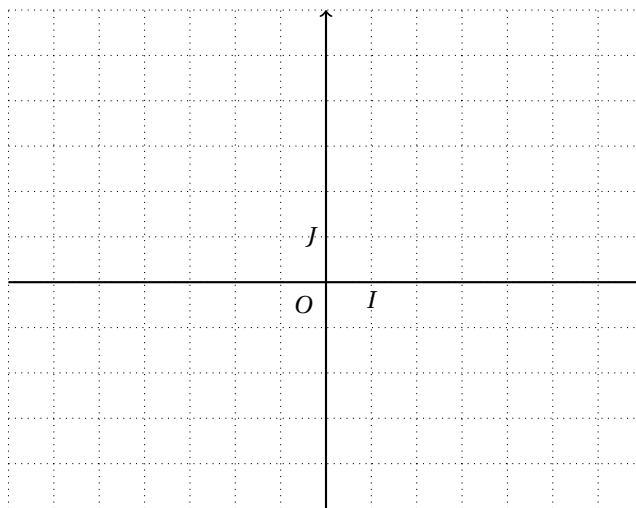
Bon courage !

EXERCICE 1 :

8 points

Des calculs et des explications sont attendus pour justifier les réponses.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$ (voir ci-dessous).



- Placer les points $A(2; -3)$; $B(4, 5; 2, 5)$ et $C(-1; 5)$.
- Quelle est la nature du triangle ABC ?
- Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment $[AC]$.
- Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- Question bonus !** Le parallélogramme ABCD est-il un carré ?

EXERCICE 2 :

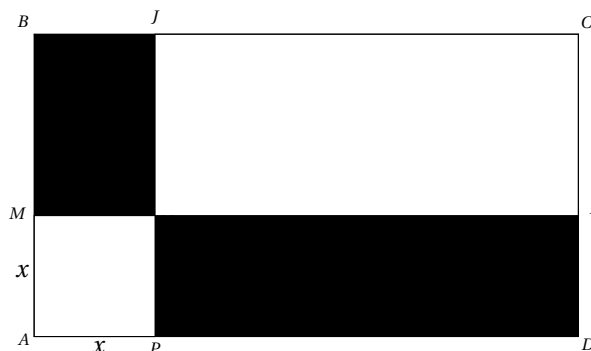
6 points

ABCD est un rectangle tel que $AB = 5$ cm et $AD = 9$ cm.

M étant un point du segment $[AB]$, on construit le carré AMNP et le rectangle NICJ comme indiqué sur la figure ci-dessous.

On pose $AM = x$ et on note $f(x)$ l'aire de la partie hachurée.

- Dans quel intervalle varie x ?
- Déterminer l'expression de l'aire hachurée $f(x)$ en fonction de x .
Si l'on n'arrive pas à répondre à cette question, on pourra prendre pour la suite : $f(x) = -2x^2 + 14x$.
- Déterminer la valeur de x pour laquelle cette aire est maximale, et la valeur de cette aire.
On pourra utiliser la calculatrice pour obtenir un tableau de valeurs, une courbe, un tableau de variations... que l'on recopiera sur la copie.



Attention, suite au verso !

EXERCICE 3 :**8 points**

Dans cet exercice, on prendra soin de faire des phrases pour répondre aux questions.

On modélise, par la fonction $\mathcal{C}$, le coût total de production, exprimé en milliers d'euros, de x milliers d'articles fabriqués :

$$\mathcal{C}(x) = 0,5x^3 - 4x^2 + 20x + 72$$

1. Tracer sur votre calculatrice, la courbe de $\mathcal{C}$ en prenant comme paramètres de la fenêtre d'affichage :
xmin = -1 , xmax = 12, ymin = -1 et ymax = 450.
 - (a) Déterminer, en vous aidant de la machine, le coût correspondant à la fabrication de 1 millier d'articles.
 - (b) Déterminer, en vous aidant de la machine, la production d'articles correspondant à un coût de fabrication de 130 milliers d'euros.
 - (c) Pour quelles valeurs de x , le coût total de production est-il supérieur à 120 milliers d'euros ?
2. On suppose que chaque article est vendu au prix de 40 euros.
On note $\mathcal{R}(x)$ la recette, exprimée en milliers d'euros, générée par la production et la vente de x milliers d'articles.
C'est à dire la somme d'argent récoltée pour la vente de x milliers d'articles.
 - (a) Quelle est la recette pour la vente de 7 milliers d'articles ?
 - (b) Exprimer $\mathcal{R}(x)$ en fonction de x .
 - (c) On considère l'algorithme suivant :

Variables	:	x est un nombre réel positif
Début algorithme	:	Saisir x x prend la valeur $40 * x$ Afficher x
Fin algorithme		

En prenant $x = 5$, quelle est la valeur affichée à la fin de l'algorithme ?

Expliquer avec une phrase à quoi correspond cette valeur (dans le contexte de l'exercice).

3. **Question bonus !** Tracer sur votre calculatrice, la courbe de la fonction recette $\mathcal{R}$.
Par lecture de l'écran de votre calculatrice, déterminer les valeurs, arrondies au millier, des bornes de l'intervalle dans lequel doit se situer la production pour que l'entreprise réalise un bénéfice (positif).

Citation... Maurice Decerf a écrit un poème permettant de retenir plus de 150 décimales de π , le nombre de lettres de chaque mot correspondant aux chiffres qui composent π . Il commence ainsi :

« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages.
Glorieux Archimède, artiste ingénieur !
Toi, de qui Syracuse, aime encore la gloire,
Soit ton nom conservé par de savants grimoires.
Jadis, mystérieux, un problème existait.
Tout l'admirable procédé, l'oeuvre étonnante !
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs :
O quadrature ! Vieux tourment du philosophe !
Sibylline rondeur, trop longtemps vous avez
Défié Pythagore et ses imitateurs !

Comment intégrer l'espace plan circulaire ?
Former un triangle auquel il équivaudra ?
Nouvelle invention : Archimède inscrira
Dedans un hexagone ; Appréciera son aire
Fonction du rayon. Pas trop ne s'y tiendra !
Dédoublera chaque élément antérieur ;
Toujours de l'orbe calculée approchera ;
Définira limite ; enfin, l'arc, le limiteur
De cet inquiétant cercle, ennemi trop rebelle !
Professeur, enseignez son problème avec zèle... »