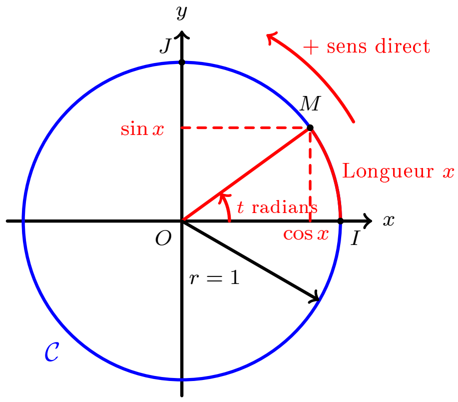
Chap 5 : Fonctions Trigonométriques

I. Fonction sinus et cosinus

1. Le cercle trigonométrique



Définition : ....

....

....

2. Sinus et Cosinus

Définition : Soit M l'image d'un réel x sur le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$.

Le cosinus de x, noté $\cos x$ est l'abscisse de M.
Le sinus de x, noté $\sin x$ est l'ordonnée de M.
On note $M(\cos x ; \sin x)$

Propriétés immédiates :

* ....
* ....
* ....

On dit que les fonctions cosinus et sinus sont ....
....

Angle x en radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Conséquence : Leur représentation graphique, se répétent ....

Propriétés : $\forall x \in \mathbb{R}$ on a :

* ....
....
* ....
....

Conséquence : L'étude de ces fonctions sur $[0 ; \pi]$ suffit.

x	0 $\qquad\qquad$ π
$\cos' x = -\sin x$	
$\cos x$	

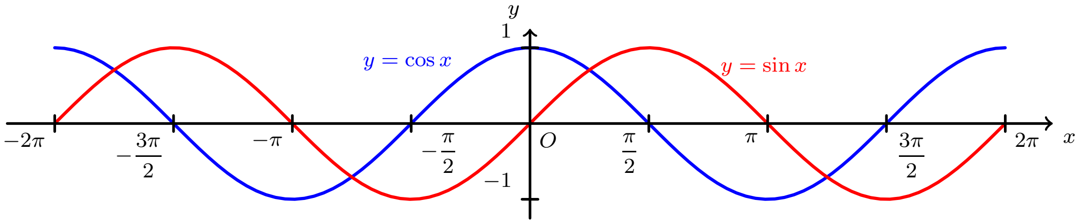
x	0 $\qquad$ $\frac{\pi}{2}$ $\qquad$ π
$\sin' x = \cos x$	
$\sin x$	

Grâce à la parité on en déduit :

x	$-\pi$ $\qquad$ 0 $\qquad$ π
$\cos x$	

x	$-\pi$ $\qquad$ $-\frac{\pi}{2}$ $\qquad$ $\frac{\pi}{2}$ $\qquad$ π
$\sin x$	

Grâce à la parité et à la 2π periodicité, on obtient les courbes ci-contre, appelées sinusoïdes :



3. Périodicité

Définition : ....

....

Exemple : Les fonctions sinus et cosinus sont 2π périodiques. Nous verrons que la fonction tangente est π périodique.

Exercice : Déterminer la période des fonctions $f(x) = \cos(3x)$ et $g(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

4. Parité

Définition :

* ....

Sa courbe représentative est ....

* ....

Sa courbe représentative est ....

Exemple : Les fonctions carré (et toutes les puissances paires : x^4, x^6...), valeur absolue et cosinus sont paires.
Les fonctions inverse, cube (et toutes les puissances impaires : x, x^5...) et sinus sont impaires.

Exercice : Etudier la parité des fonctions $f(x) = \dfrac{3x^2 - 7}{x^4 + 1}$ et $g(x) = x^3 - \sin x$.

II. Fonction tangente

1. Définition

La fonction tangente est définie par ....

2. Parité

On a : $\tan(-x) =$ ....

Donc la fonction tangente est ....

3. Périodicité

On a : $\tan(x + \pi) =$ ....

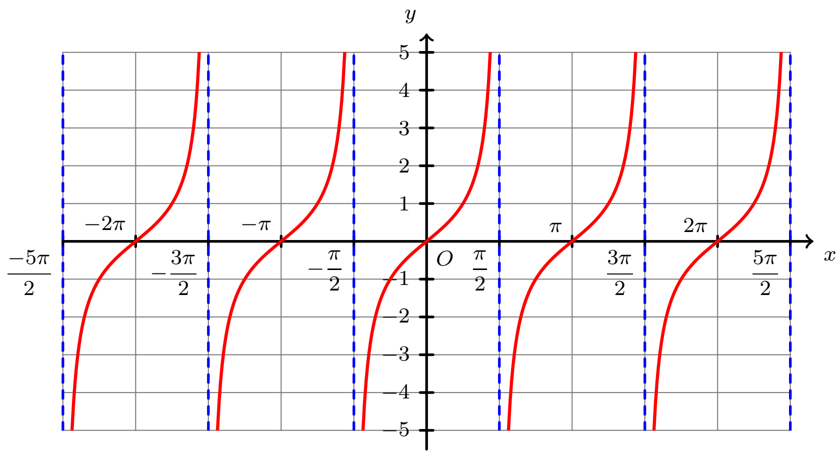
Donc la fonction tangente est ....

4. Dérivée et variations

On a : $(\tan x)' =$ ....

Donc ....

x	$-\dfrac{\pi}{2}$ $\qquad\qquad\qquad$ $\dfrac{\pi}{2}$
$(\tan x)'$	
$\tan x$	



III. Fonction arctangente

La fonction arctangente définie sur $\mathbb{R}$ est la fonction réciproque de la fonction tangente.

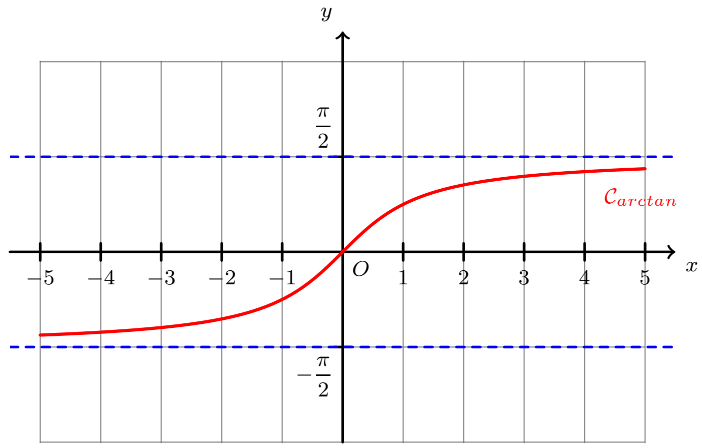
Elle est telle que ....

Sa courbe représentative est le symétrique sur $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ de la courbe de la fonction tangente par rapport à la droite $y = x$.

Sa dérivée est donnée par ....

....

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$(\arctan x)'$	
$\arctan x$	



Application : ....

Exercice : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \arctan x + \arctan\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

1. Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$. Que peut-on en déduire ?
2. Calculer $f(1)$ et $f(-1)$.
3. En déduire l'expression de f sur $\mathbb{R}^{+*}$ et sur $\mathbb{R}^{-*}$.