Exercices : Développements limités

EXERCICE 1
Donner le développement limité à l'ordre 2 en 0 de : $x \mapsto ln(1+x)$

....

EXERCICE 2 Donner le développement limité à l'ordre 4 en 0 de : $x \mapsto \dfrac{1}{1+x}$

....

EXERCICE 3
Donner le développement limité à l'ordre 6 en 0 des fonctions suivantes :

$f(t) = \cos(t)$ = ...

$g(x) = \sin(x)$ = ...

$h(x) = \sqrt{1+x}$ = ...

EXERCICE 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - x + 5x^2$.
Compléter le tableau ci-contre :

$Dl_1(0)$	
$Dl_2(0)$	
$Dl_3(0)$	
$Dl_4(0)$	

EXERCICE 5
Donner le développement limité à l'ordre 6 en 0 de : $t \mapsto e^t + \dfrac{1}{1+t}$

....

....

EXERCICE 6
Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de : $f(t) = \cos(t)\sin(t)$

....

....

EXERCICE 7
Donner le développement limité à l'ordre 6 en 0 de : $x \mapsto \dfrac{e^x}{1+x}$

....

....

....

EXERCICE 8
Donner le développement limité à l'ordre 7 en 0 de : $f(t) = \sin(3t)$

....

....

....

EXERCICE 9

1. Donner le développement limité à l'ordre 6 en 0 de : $x \mapsto e^{-x}$

   ....

2. En déduire le développement limité à l'ordre 6 en 0 de : $f(x) = e^x - e^{-x}$

   ....

   ....

EXERCICE 10

Compléter le tableau suivant :

Fonction	Développement limité en 0 à l'ordre 3	Tangente au point d'abscisse 0.
e^x	$1+x+\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{6}+x^3\varepsilon(x)$	
$\sin x$	$x-\dfrac{x^3}{3!}+x^3\varepsilon(x)$	
$\cos x$	$1-\dfrac{x^2}{2!}+x^3\varepsilon(x)$	
$\dfrac{1}{1-x}$	$1+x+x^2+x^3+x^3\varepsilon(x)$	
$\ln(1-x)$	$-x-\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^3}{3}+x^3\varepsilon(x)$	

EXERCICE 11

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=e^{2x}(-x+1)+1$.

$\mathcal{C}$ est sa courbe représentative dans un repère orthonormal. On considère le développement limité à l'ordre 3 de $f(x)$ en 0 : $f(x)=2+x-\dfrac{2}{3}x^3+x^3\varepsilon(x)$, avec $\lim\limits_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$.

1. En déduire une équation de la tangente T_0 à $\mathcal{C}$ en 0.

   ....

2. Soit g la fonction affine dont la représentation graphique est T_0. Établir que $f(x)-g(x)=-\dfrac{2}{3}x^3+x^3\varepsilon(x)$.

   ....

   ....

3. Déterminer le signe, au voisinage de 0, de $-\dfrac{2}{3}x^3$. ....

   ....

4. En déduire les positions relatives de $\mathcal{C}$ et T_0 au voisinage de 0. ....

   ....

   ....

EXERCICE 12

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x-6\ln\left(1+\dfrac{x^2}{5}\right)$.

On considère le développement limité d'ordre 4 en 0 de f : $f(x)=2x-\dfrac{6}{5}x^2+\dfrac{3}{25}x^4+x^4\varepsilon(x)$, avec $\lim\limits_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$.

1. En déduire l'équation de la tangente T_0 à $\mathcal{C}_f$ en 0.

   ....

2. Préciser les positions relatives de T_0 et $\mathcal{C}_f$.

   ....

   ....

   ....

   ....

EXERCICE 13

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x+2)e^{-x}$.

On considère le développement limité d'ordre 3 en 0 de f : $f(x)=2-x+\dfrac{x^3}{6}+x^3\varepsilon(x)$, avec $\lim\limits_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$.

1. En déduire l'équation de la tangente T_0 à $\mathcal{C}_f$ en 0

   ....

   ....

2. Préciser les positions relatives de T_0 et $\mathcal{C}_f$.

   ....

   ....

   ....

   ....